

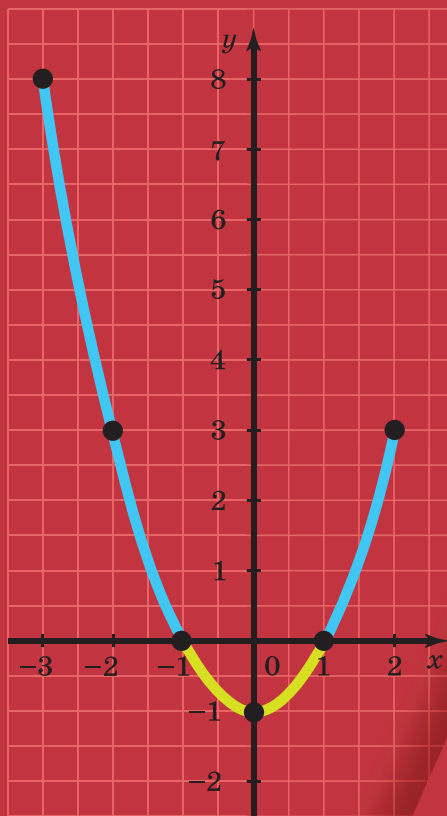


НОВА УКРАЇНЬСЬКА ШКОЛА

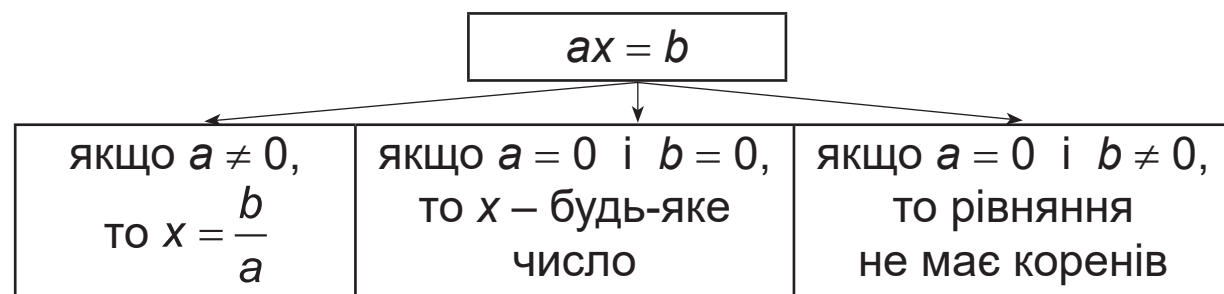
Олександр Істер

# АЛГЕБРА

ЧАСТИНА 1



## ЛІНІЙНЕ РІВНЯННЯ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ



## РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

Розв'язувати задачу за допомогою рівняння слід у такій послідовності:

- 1) позначити змінною одну з невідомих величин;
- 2) інші невідомі величини (якщо вони є) виразити через введenu змінну;
- 3) за умовою задачі встановити співвідношення між невідомими та відомими значеннями величин і скласти рівняння;
- 4) розв'язати одержане рівняння;
- 5) проаналізувати розв'язки рівняння і знайти невідому величину, а за потреби і значення інших невідомих величин;
- 6) записати відповідь до задачі.

## КВАДРАТИ І КУБИ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ ВІД 1 ДО 10

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n^2$	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
$n^3$	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

## СТЕПЕНІ ЧИСЕЛ 2 ТА 3

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$2^n$	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$3^n$	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19 683	59 049

## ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

## ТОТОЖНІ ВИРАЗИ

Два вирази, відповідні значення яких рівні між собою для будь-яких значень змінних, називають **тотожними**, або **тотожно рівними**.

## ТОТОЖНІСТЬ

Рівність, яка є правильною для будь-яких значень змінних, називають **тотожністю**.

## ДОВЕДЕННЯ ТОТОЖНОСТЕЙ

Довести тотожність можна одним з таких способів:

- ▼ виконати тотожні перетворення її лівої частини, тим самим звівши до вигляду правої частини;
- ▼ виконати тотожні перетворення її правої частини, тим самим звівши до вигляду лівої частини;
- ▼ виконати тотожні перетворення обох її частин, тим самим звівши обидві частини до однакових виразів.

## СТЕПІНЬ 3 НАТУРАЛЬНИМ ПОКАЗНИКОМ

**Степінь числа  $a$  з натуральним показником  $n$  ( $n > 1$ )** – це добуток  $n$  множників, кожний з яких дорівнює  $a$ :

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ множників}}, n > 1.$$

**Степінь числа  $a$  з показником 1** – це саме число  $a$ :

$$a^1 = a.$$

## ВЛАСТИВОСТІ СТЕПЕНЯ 3 НАТУРАЛЬНИМ ПОКАЗНИКОМ

$$\begin{aligned} a^m a^n &= a^{m+n} \\ a^m : a^n &= a^{m-n} \\ (a^m)^n &= a^{mn} \\ (ab)^n &= a^n b^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^{m+n} &= a^m a^n \\ a^{m-n} &= a^m : a^n \\ a^{mn} &= (a^m)^n = (a^n)^m \\ a^n b^n &= (ab)^n \end{aligned}$$

$$a^1 = a$$

## ТАБЛИЦЯ КВАДРАТІВ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ ВІД 10 ДО 99

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ОЛЕКСАНДР ІСТЕР

# АЛГЕБРА

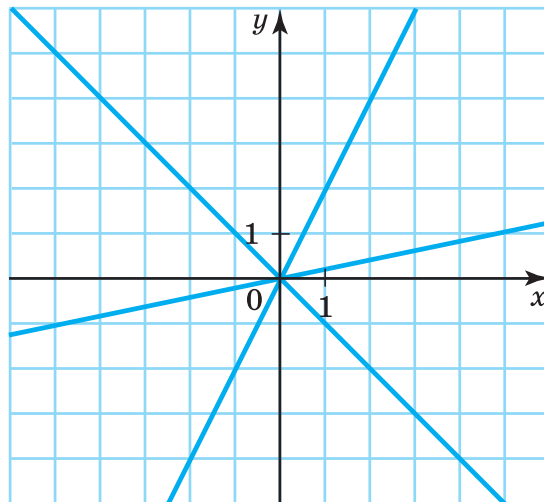
Підручник для осіб  
з особливими освітніми потребами  
(Н 54.1–Н 54.2)

**7 клас**

(у 2 частинах)

**ЧАСТИНА 1**

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України*



Київ  
«Генеза»  
2024



УДК 512\*кл7(075.3.056.262)  
І-89

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України  
(наказ Міністерства освіти і науки України від 05.02.2024 № 124)*

**Видано за рахунок державних коштів. Продаж заборонено**

*Відповідає модельній навчальній програмі «Алгебра. 7–9 класи»  
для закладів загальної середньої освіти (автор Істер О. С.)*

**Істер О. С.**

І-89 Алгебра : підруч. для осіб з особливими освіт.  
потребами (Н 54.1–Н 54.2) : 7-й кл. (У 2 ч.). Ч. 1 /  
Олександр Істер. — Київ : Генеза, 2024. — 192 с. : іл.

ISBN 978-617-8353-54-4

ISBN 978-617-8353-55-1 (ч. 1)

**УДК 512\*кл7(075.3.056.262)**

ISBN 978-617-8353-54-4  
ISBN 978-617-8353-55-1 (ч.1)

© Істер О. С., 2024  
© «Генеза»,  
оригінал-макет, 2024

## Шановні семикласниці та семикласники!

Ви починаєте вивчати одну з найважливіших математичних дисциплін – **алгебру**. Допоможе вам у цьому підручник, який ви тримаєте в руках.

У підручнику використано такі умовні позначення:



– пригадай (раніше вивчене);



– зверни особливу увагу;



– запитання і завдання до теоретичного матеріалу;

113 – завдання для класної і 115 – домашньої роботи;



– рубрика «Україна – це ми»;



– рубрика «Цікаві задачі – поміркуй одначе»;



– рубрика «Життєва математика»;



– вправи для підготовки до вивчення нової теми;



– вправи для повторення;



– рубрика «Головне в розділі».

Текст, надрукований **жирним** шрифтом, звертає вашу увагу на нове поняття або таке, яке треба пригадати.

Усі вправи розподілено відповідно до рівнів навчальних досягнень і виокремлено так:

з позначки **1** починаються вправи початкового рівня;

з позначки **2** починаються вправи середнього рівня;

з позначки **3** починаються вправи достатнього рівня;

з позначки **4** починаються вправи високого рівня;

з позначки **\*** починаються вправи підвищеної складності.

Перевірити свої знання та підготуватися до тематичного оцінювання можна, виконуючи завдання «*Домашньої самостійної роботи*», які подано в тестовій формі, та «*Завдання для перевірки знань*». Після кожного розділу наведено вправи для його повторення, головний теоретичний матеріал (рубрика «*Головне в розділі*»), а в кінці підручника – «*Завдання для перевірки знань за курс алгебри 7 класу*». «*Задачі підвищеної складності*» допоможуть підготуватися до математичної олімпіади та поглибити знання з математики.

Автор намагався подати теоретичний матеріал простою, доступною мовою, проілюструвати його значною кількістю прикладів. Після вивчення теоретичного матеріалу в школі його обов'язково потрібно опрацювати вдома.

Підручник містить велику кількість вправ. Більшість з них ви розглянете на уроках та під час домашньої роботи, інші вправи рекомендується розв'язати самостійно.

У рубриці «*Життєва математика*» зібрано задачі, які часто доводиться розв'язувати в повсякденному житті.

Цікаві факти з історії виникнення математичних понять і символів та розвитку математики як науки ви знайдете в рубриці «*А ще раніше...*».

*Бажаємо успіхів в опануванні курсу!*

## Шановні вчительки та вчителі!

Пропонований підручник містить велику кількість вправ; вправи більшості параграфів подано «із запасом». Тож обирайте їх для використання на уроках, факультативних, індивідуальних, додаткових заняттях та як домашні завдання залежно від поставленої мети, рівня підготовленості учнів/учениць, диференціації навчання тощо.

Додаткові вправи у *«Завданнях для перевірки знань»* призначено для учнів/учениць, які впоралися з основними завданнями раніше за інших. Чи правильно їх розв'язано, учитель/вчителька може оцінити окремо.

Вправи для повторення розділів можна запропонувати учням, наприклад, під час уроків узагальнення або під час повторення і систематизації навчального матеріалу в кінці навчального року.

У рубриці *«Життєва математика»* зібрано задачі, пов'язані з економічною грамотністю і підприємливістю, економічною безпекою, здоровим способом життя, громадянською відповідальністю, а в рубриці *«Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу»* – задачі, що допоможуть актуалізувати відповідні знання.

*«Задачі підвищеної складності»* в кінці підручника допоможуть підготувати учнів/учениць до різноманітних математичних змагань та підвищити їхню цікавість до математики.

*«Завдання для перевірки знань за курс алгебри 7 класу»*, які також розміщено в кінці підручника, можна запропонувати учням для підготовки до річної контрольної роботи.

## Шановні дорослі!

Якщо ваша дитина пропустить один чи кілька уроків у школі, потрібно запропонувати їй самостійно опрацювати матеріал цих уроків за підручником удома. Спочатку дитина має прочитати теоретичний матеріал, який викладено простою, доступною мовою, проілюстровано значною кількістю прикладів. Після цього потрібно розв'язати вправи, що посилять, з розглянутого параграфа.

Упродовж курсу алгебри 7 класу, який опрацьовує дитина, ви можете пропонувати їй додатково розв'язувати вдома вправи, що не розглядалися під час уроку. Це сприятиме якнайкращому засвоєнню навчального матеріалу.



Кожна тема закінчується тематичним оцінюванням. Перед його проведенням запропонуйте дитині розв'язати завдання *«Домашньої самостійної роботи»*, які подано в тестовій формі, та *«Завдання для перевірки знань»*. Це допоможе пригадати основні типи вправ та якісно підготуватися до тематичного оцінювання.

Якщо ваша дитина виявляє підвищену цікавість до математики та бажає поглибити свої знання, зверніть увагу на *«Задачі підвищеної складності»*, які розміщено в кінці підручника.

# ПОВТОРЮЄМО МАТЕМАТИКУ ЗА 5-6 КЛАСИ

## Натуральні числа і дії з ними. Подільність натуральних чисел

- 1** 1. Обчисліть значення виразів та дізнаєтеся кількість мешканців у деяких містах України на момент останнього перепису населення (2001 р.). Дізнайтеся, до яких областей належать ці міста:
- 1)  $13\ 145 + 7435$  (Красилів);
  - 2)  $203\ 912 + 825\ 137$  (Одеса);
  - 3)  $78\ 117 - 13\ 256$  (Прилуки);
  - 4)  $974\ 002 - 725\ 189$  (Рівне);
  - 5)  $313 \cdot 42$  (Баштанка);
  - 6)  $833 \cdot 281$  (Кременчук);
  - 7)  $64\ 246 : 13$  (Рудки);
  - 8)  $1\ 536\ 470 : 106$  (Судак).
2. Обчисліть:
- 1)  $137\ 125 + 321\ 117$ ;
  - 2)  $429\ 113 - 253\ 087$ ;
  - 3)  $429 \cdot 17$ ;
  - 4)  $91\ 575 : 45$ ;
  - 5)  $79\ 335 : 215$ ;
  - 6)  $137 \cdot 273$ .
- 2** 3. Обчисліть значення виразу зручним способом:
- 1)  $297 + (495 + 703)$ ;
  - 2)  $329 + 1075 + 1925 + 671$ ;
  - 3)  $250 \cdot 49 \cdot 4$ ;
  - 4)  $125 \cdot 37 \cdot 8 \cdot 2$ .
4. Обчисліть значення виразу зручним способом:
- 1)  $(724 + 913) + 276$ ;
  - 2)  $2715 + 256 + 1285 + 744$ ;
  - 3)  $500 \cdot 73 \cdot 20$ ;
  - 4)  $25 \cdot 13 \cdot 400 \cdot 7$ .
5. Запишіть усі дільники числа:
- 1) 16;
  - 2) 38;
  - 3) 60.
6. Запишіть усі дільники числа:
- 1) 25;
  - 2) 36;
  - 3) 78.
7. Розкладіть на прості множники число:
- 1) 48;
  - 2) 80.

8. Розкладіть на прості множники число:  
1) 60;            2) 96.
9. Знайдіть найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне чисел:  
1) 19 і 3;            2) 36 і 48;  
3) 17 і 51;            4) 10; 15 і 25.
10. Знайдіть найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне чисел:  
1) 7 і 12;            2) 39 і 52;            3) 54 і 18;            4) 12; 16 і 20.
- 3** 11. Обчисліть значення виразу  
 $(166\,788 : 452 - 125) \cdot 409 - 97\,962$   
 та дізнайтеся рік заснування Київського національного університету імені Тараса Шевченка.
12. Знайдіть значення виразу  
  $95\,472 - (423 - 35\,133 : 147) \cdot 509$   
та дізнайтеся рік заснування Національного університету «Львівська політехніка».
- 4** 13. Якою цифрою закінчується число:  
1)  $5347^2$ ;            2)  $2003^3 - 195^2$ ;            3)  $146^3 + 127^2 - 39^3$ ?
14. Якою цифрою закінчується число:  
1)  $7293^2$ ;            2)  $4007^3 - 129^2$ ;            3)  $125^3 + 138^3 - 45^2$ ?
15. Знайдіть найменше і найбільше п'ятицифрові числа, кратні числу 124.
16. Знайдіть найменше і найбільше чотирицифрові числа, кратні числу 39.

## Десяткові дроби і дії з ними


- 1** 17. (Усно.) Обчисліть:  
1)  $4 + 2,7$ ;            2)  $1,8 + 3,2$ ;            3)  $4,5 - 1,2$ ;            4)  $7,2 - 4,5$ ;  
5)  $10 \cdot 5,2$ ;            6)  $4,3 \cdot 0,01$ ;            7)  $3,6 : 3$ ;            8)  $2,8 : 0,1$ .


**18.** Виконайте дію:

- 1)  $4,92 + 5,713$ ;    2)  $12,38 - 4,113$ ;    3)  $3,5 \cdot 2,14$ ;    4)  $2,6^2$ ;  
5)  $5,9 \cdot 4,03$ ;    6)  $41,04 : 12$ ;    7)  $8,55 : 2,5$ ;    8)  $0,7^3$ .

**19.** Виконайте дію:

- 1)  $5,731 + 9,28$ ;    2)  $17,52 - 9,293$ ;    3)  $7,6 \cdot 4,15$ ;  
4)  $3,2^2$ ;    5)  $2,05 \cdot 4,7$ ;    6)  $31,2 : 15$ ;  
7)  $8,82 : 2,8$ ;    8)  $0,6^3$ .

 **20.** Запишіть у порядку зростання числа 2,9(П); 2,81(Л); 3,41(К); 2,8(С); 3,4(А); 2,89(І) та прочитайте прізвище відомого у світі українського оперного співака, Героя України. Дізнайтеся з інтернету більше про нього.

 **21.** Запишіть у порядку спадання числа 7,7(П); 7,6(Н); 7,8(І); 6,8(Ь); 7,73(Р); 7,65(І) та прочитайте назву міста-героя України. Дізнайтеся з інтернету, за що місту було присвоєно це звання.

**22.** Округліть числа:

- 1) 7,25; 3,739; 8,03; 9,05 до десятих;  
2) 5,713; 9,8999; 4,115; 8,718 до сотих;  
3) 7,389; 4,5; 9,93; 7,38 до одиниць;  
4) 135,72; 431,431 до десятків.

**23.** Округліть числа:

- 1) 17,38; 49,55; 4,06; 7,02 до десятих;  
2) 13,548; 29,341; 9,999; 4,444 до сотих;  
3) 3,713; 14,52; 7,111 до одиниць.

 **24.** Знайдіть значення виразу:

- 1)  $2,9 \cdot (7,32 + 0,08 : 0,125) - 4,2 \cdot 0,25 + 7,35$ ;  
2)  $(7,85 + 4,2^2) : 5 - 0,9^3 : 3$ .

**25.** Знайдіть значення виразу:

- 1)  $45,2 \cdot 0,75 - (9,34 + 0,06 : 0,25) \cdot 2,8 - 4,05$ ;  
2)  $(8,93 - 2,6^2) : 4 + 0,6^3 : 2$ .



**4** 26. Запишіть три десяткових дробу, кожний з яких:

- 1) більший за 4,8 і менший від 4,9;
- 2) менший від 0,43 і більший за 0,41.

**27.** Запишіть три десяткових дробу, кожний з яких:

- 1) менший від 9,6 і більший за 9,4;
- 2) більший за 4,83 і менший від 4,84.

### Звичайні дробу і дії з ними. Відсотки

**1** 28. (Усно.) Обчисліть:

- 1)  $\frac{4}{9} + \frac{2}{9}$ ;
- 2)  $\frac{7}{8} - \frac{1}{8}$ ;
- 3)  $\frac{4}{5} \cdot 10$ ;
- 4)  $\left(\frac{2}{9}\right)^2$ ;
- 5)  $4\frac{1}{7} + 2\frac{5}{7}$ ;
- 6)  $5\frac{7}{9} - 4\frac{6}{9}$ ;
- 7)  $\frac{3}{5} : 15$ ;
- 8)  $\left(\frac{1}{3}\right)^3$ .

**29.** Обчисліть:

- 1)  $\frac{4}{9} + \frac{11}{15}$ ;
- 2)  $\frac{9}{16} - \frac{5}{12}$ ;
- 3)  $2\frac{1}{5} + \frac{1}{10}$ ;
- 4)  $7\frac{4}{9} - \frac{1}{3}$ ;
- 5)  $\frac{4}{9} \cdot \frac{7}{16}$ ;
- 6)  $\frac{12}{13} \cdot \frac{39}{40}$ ;
- 7)  $\frac{7}{10} : \frac{2}{5}$ ;
- 8)  $\frac{5}{8} : \frac{15}{16}$ .

**30.** Виконайте дію:

- 1)  $\frac{4}{9} + \frac{1}{6}$ ;
- 2)  $\frac{5}{12} - \frac{3}{8}$ ;
- 3)  $3\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ ;
- 4)  $4\frac{9}{10} - \frac{1}{2}$ ;
- 5)  $\frac{5}{8} \cdot \frac{7}{15}$ ;
- 6)  $\frac{8}{17} \cdot \frac{51}{80}$ ;
- 7)  $\frac{2}{9} : \frac{7}{18}$ ;
- 8)  $\frac{7}{9} : \frac{14}{45}$ .

**2** 31. Обчисліть значення виразу:

- 1)  $\left(15\frac{3}{10} - 13\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{5}{9}$ ;
- 2)  $\frac{7}{36} : \left(3\frac{11}{12} - 3\frac{5}{9}\right)$ .

**32.** Обчисліть значення виразу:

- 1)  $5 : \left(\frac{2}{3} + 1\frac{1}{7} \cdot \frac{7}{18}\right)$ ;
- 2)  $\left(2\frac{13}{50} - 2\frac{1}{20}\right) \cdot 3\frac{4}{7}$ .

**33.** Дзвінок для велосипеда коштує 150 грн. Скільки коштуватиме велосипедний дзвінок після:



- 1) зниження ціни на 10 %; 16 %;
- 2) підвищення ціни на 8 %; 20 %?

**34.** Чохол для телефона коштує 200 грн. Скільки коштуватиме чохол після:



- 1) підвищення ціни на 15 %; 9 %;
- 2) зниження ціни на 4 %; 30 %?

**35.** Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{array}{lll} 1) x + 0,4 = \frac{7}{15}; & 2) x - \frac{2}{7} = \frac{11}{14}; & 3) \frac{17}{25} - x = 0,6; \\ 4) \frac{2}{7}x = \frac{4}{21}; & 5) x : \frac{2}{5} = 1,6; & 6) 2,4 : x = \frac{8}{13}. \end{array}$$

**36.** Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{19}{50} - x = \frac{3}{20}; & 2) 0,8 + x = \frac{13}{15}; & 3) x - 0,05 = \frac{7}{30}; \\ 4) 3,2 : x = \frac{4}{5}; & 5) 1,5x = \frac{15}{16}; & 6) x : \frac{4}{5} = 2,8. \end{array}$$

**37.** Автомобіль за перший день подорожі з Києва до Бухареста подолав 364 км, що становить 40 % від відстані між цими містами. Скільки кілометрів йому залишилося подолати?



**38.** Придбавши книжку за 90 грн, Оля витратила 30 % грошей, які мала. Скільки грошей залишилося в дівчинки?

**39.** Обчисліть двома способами (перетворивши десятковий дріб у мішане число або перетворивши мішане число в десятковий дріб):

$$1) 13,75 + 4\frac{1}{20}; \quad 2) 5\frac{8}{25} - 3,9; \quad 3) 1,125 \cdot 1\frac{3}{5}; \quad 4) 8\frac{2}{5} : 1,4.$$

**40.** Обчисліть двома способами (перетворивши десятковий дріб у мішане число або перетворивши мішане число в десятковий дріб):

1)  $3\frac{1}{4} + 6,05$ ;    2)  $3,48 - 1\frac{9}{20}$ ;    3)  $1,15 \cdot 1\frac{2}{5}$ ;    4)  $5,2 : 1\frac{3}{10}$ .

**41.** Після зниження ціни на 10 % навушники стали коштувати 225 грн. Якою була початкова вартість навушників?



**42.** Під час сушіння яблука втрачають 82 % своєї маси. Скільки потрібно свіжих яблук, щоб отримати 9 кг сушених?



**43.** Ціну товару спочатку збільшили на 20 %, а потім нову ціну зменшили на 15 %. Як і на скільки відсотків змінилася ціна порівняно з початковою?

**44.** Ціну товару спочатку зменшили на 20 %, а потім нову ціну збільшили на 15 %. Як і на скільки відсотків змінилася ціна товару порівняно з початковою?

### Відношення і пропорції

**45.** (Усно.) Чому рівність  $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$  є пропорцією? Назвіть її крайні й середні члени.

**46.** (Усно.) Скільком кілометрам на місцевості відповідає 1 см на карті з масштабом:

1)  $1 : 100\ 000$ ;    2)  $1 : 700\ 000$ ;    3)  $1 : 5\ 000\ 000$ ?

**47.** Знайдіть невідомий член пропорції:

1)  $x : 6 = 5 : 3$ ;    2)  $\frac{5}{x} = \frac{20}{7}$ ;    3)  $x : 12 = \frac{13}{24}$ .

**48.** Знайдіть невідомий член пропорції:

1)  $6 : x = 2 : 7$ ;    2)  $\frac{x}{3} = \frac{7}{6}$ ;    3)  $\frac{7}{10} = x : 5$ .

**49.** Скільки відсотків становить:

- 1) 2 від 5;    2) 18 від 12;    3) 3,5 від 17,5;    4)  $\frac{1}{7}$  від  $\frac{1}{14}$ ?

**50.** Скільки відсотків становить:

- 1) 4 від 8;    2) 20 від 16;    3) 2,6 від 10,4;    4)  $\frac{1}{10}$  від  $\frac{1}{2}$ ?

**51.** Поділіть число:

- 1) 28 на дві частини у відношенні 5 : 2;  
2) 36 на три частини у відношенні 1 : 3 : 5.

**52.** Поділіть число:

- 1) 48 на дві частини у відношенні 1 : 3;  
2) 50 на три частини у відношенні 2 : 5 : 3.

**3** **53.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $\frac{2x - 7}{4} = \frac{5}{8}$ ;                      2)  $\frac{3x + 1}{7} = \frac{3 - 4x}{14}$ .

**54.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $\frac{2x + 3}{5} = \frac{7}{10}$ ;                      2)  $\frac{2x - 1}{4} = \frac{5 - 4x}{12}$ .

**55.** 1) Майстер за перший тиждень відремонтував 24 девайси, а за другий — 30 девайсів. На скільки відсотків зросла продуктивність праці майстра?

2) Майстер за перший тиждень відремонтував 30 девайсів, а за другий — 24 девайси. На скільки відсотків знизилася продуктивність праці майстра?

**56.** Товар коштував 80 грн. На скільки відсотків збільшилася або зменшилася ціна товару, якщо в результаті переоцінки він став коштувати:

- 1) 72 грн;                      2) 84 грн?

**4** **57.** До 180 г 10-відсоткового розчину солі долили 70 г води. Яким став відсотковий уміст солі в новому розчині?

**58.** До сплаву масою 250 г, що містить 40 % олова, долили 150 г олова. Яким став відсотковий уміст олова в новому сплаві?

### Раціональні числа і дії з ними

**1** **59.** Обчисліть:

- |                         |                       |                        |
|-------------------------|-----------------------|------------------------|
| 1) $-8 + (-9)$ ;        | 2) $-13,6 + (-7,9)$ ; | 3) $29 + (-11)$ ;      |
| 4) $-37 + 4,5$ ;        | 5) $-8 - 5$ ;         | 6) $-9 - (-4)$ ;       |
| 7) $7 - (-3)$ ;         | 8) $4 - 9,1$ ;        | 9) $2,9 \cdot (-10)$ ; |
| 10) $-4 \cdot (-4,5)$ ; | 11) $-4,2 : (-4)$ ;   | 12) $8 : (-0,01)$ .    |

**60.** Виконайте дії:

- |                      |                      |                          |
|----------------------|----------------------|--------------------------|
| 1) $-6 + (-10)$ ;    | 2) $-4,9 + (-5,7)$ ; | 3) $-38 + 12$ ;          |
| 4) $7,2 + (-5)$ ;    | 5) $-4 - (-3)$ ;     | 6) $-9 - 11$ ;           |
| 7) $0 - (-9)$ ;      | 8) $5 - 10,2$ ;      | 9) $-5,1 \cdot (-0,1)$ ; |
| 10) $-6 \cdot 2,5$ ; | 11) $-7,2 : 10$ ;    | 12) $-7,5 : (-5)$ .      |

**2** **61.** Виконайте дії:

- |   |   |   |
|---|---|---|
| 1) $-\frac{6}{7} + \left(-\frac{4}{21}\right)$ ;  | 2) $-4\frac{7}{12} + 5\frac{1}{6}$ ;    | 3) $\frac{12}{41} - 1$ ;                              |
| 4) $-3\frac{1}{8} - \left(-4\frac{3}{4}\right)$ ; | 5) $-\frac{8}{9} \cdot \frac{27}{48}$ ; | 6) $-1\frac{2}{7} \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right)$ ; |
| 7) $\frac{8}{15} : \left(-1\frac{1}{5}\right)$ ;  | 8) $-\frac{30}{41} : (-5)$ ;            | 9) $\left(-\frac{2}{7}\right)^2$ .                    |

**62.** Обчисліть:

- |   |   |  |
|---|---|--|
| 1) $-\frac{5}{9} + \left(-\frac{7}{12}\right)$ ;  | 2) $5\frac{1}{4} + \left(-7\frac{1}{8}\right)$ ;      | 3) $-\frac{8}{17} - 1$ ;                             |
| 4) $2\frac{1}{3} - \left(-5\frac{2}{9}\right)$ ;  | 5) $-\frac{7}{9} \cdot \left(-\frac{18}{49}\right)$ ; | 6) $4\frac{1}{2} \cdot \left(-1\frac{7}{9}\right)$ ; |
| 7) $-3\frac{3}{5} : \left(-\frac{9}{10}\right)$ ; | 8) $-8 : \frac{16}{17}$ ;                             | 9) $\left(-\frac{3}{5}\right)^2$ .                   |

**63.** Запишіть усі цілі числа, що містяться на координатній прямій між числами:

1)  $-2,7$  і  $4,1$ ;                      2)  $-102,5$  і  $-97,9$ ;                      3)  $-5\frac{1}{3}$  і  $\frac{2}{11}$ .

**64.** Запишіть усі цілі числа, що містяться на координатній прямій між числами:

1)  $-1\frac{2}{3}$  і  $4,7$ ;                      2)  $-85,3$  і  $-78,4$ ;                      3)  $-\frac{4}{11}$  і  $3\frac{2}{5}$ .

**65.** Позначте на координатній площині точки:

$A(-2; 4)$ ,  $M(0; -3)$ ,  $K(5; 1)$ ,  $D(4; 0)$ ,  $L(-6; -2)$ ,  $N(2; -3)$ .

**66.** Позначте на координатній площині точки:

$B(2; -5)$ ,  $C(-2; 0)$ ,  $T(4; 2)$ ,  $E(0; 3)$ ,  $Q(-4; -1)$ ,  $P(-5; 2)$ .

**67.** Зведіть подібні доданки:

1)  $4x + 2y - 5x - 2y$ ;                      2)  $-5,9 + 11,2a + 7,8 - 18a$ ;  
3)  $-9a + 7b - 8 + 3a - b$ ;                      4)  $2,7x + 3x + 12y - 9,8y - 5,7x$ .

**68.** Зведіть подібні доданки:

1)  $7p - 2m + 6p + 2m$ ;                      2)  $-14b + 3,9 - 7,2 + 18,5b$ ;  
3)  $5x - 8y + 5 - 4x + y$ ;  
4)  $2,5a - 2,9b + 3a + 3,7b - 5,5a$ .

**69.** Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки:

1)  $-5(2a - 3) + 3(4a - 5)$ ;                      2)  $2(a - 3m) - 7(2a + m)$ ;  
3)  $(2y - 3) \cdot (-3) + 2(4y - 1)$ ;                      4)  $2,4(2x - 3) - 4,8(x - 5)$ .

**70.** Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки:

1)  $-4(3a - 2) + 6(2a - 1)$ ;                      2)  $5(b - 3c) - 3(4b + c)$ ;  
3)  $(7x - 2) \cdot (-4) + 2(4 - 3y)$ ;                      4)  $2,6(3a - 5) - 7,8(a - 10)$ .

**3** **71.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $0,5(2x - 3) + 2,6 = 0,2(4 + 2x)$ ;

2)  $\frac{1}{2} \left( 6 - 3\frac{1}{2}x \right) = 1\frac{1}{4}x + 9$ .

**72.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $0,5(3 - x) + 1,4 = -0,3(2x - 2)$ ;

2)  $2\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3}x = \frac{2}{9}\left(1\frac{1}{2}x - \frac{9}{10}\right)$ .

**73.** Знайдіть значення виразу



$$3\frac{1}{4} \cdot \left(-12\frac{2}{5} - (-4, 2) : \frac{7}{15}\right) + 17,05$$

та дізнайтеся, у якому столітті була перша письмова згадка про селище Гурзуф у Криму.

**74.** Обчисліть значення виразу



$$1124,2 + 1\frac{1}{2} \cdot \left(-18\frac{3}{5} - (-5, 4) : \frac{9}{13}\right)$$

та дізнайтеся рік закладання Михайлівського Золотоверхого собору в Києві.

**75.** Спростіть вираз  $5(2,6a + 3,4b) - 2(6a - 2,5b)$  та знайдіть його значення, якщо  $a = -11$ ;  $b = -1\frac{3}{22}$ .

**76.** Спростіть вираз  $6(1,5x + 2,5y) - 5(2x - 3y)$  та знайдіть його значення, якщо  $x = -2$ ;  $y = -1\frac{7}{30}$ .

**4** **77.** Знайдіть суму, доданками якої є числа: обернене та протилежне до числа 2,6.

**78.** Знайдіть значення виразу  $a^2$ , якщо

$$a = 14,75 - 2\frac{13}{20} + 3\frac{2}{9} \cdot (-5, 4).$$

**79.** Знайдіть значення виразу  $b^3$ , якщо

$$b = 24,25 - 1\frac{17}{20} + 4\frac{5}{6} \cdot (-4, 8).$$

**80.** Знайдіть значення виразу  $10b - (2b + 4x)$ , якщо  $x - 2b = -5$ .

**81.** Знайдіть значення виразу  $15a - (3a + 4m)$ , якщо  $m - 3a = -3$ .



### Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу

**82.** Чи є число  $-2$  коренем рівняння:

- 1)  $x + 5 = 7$ ;                      2)  $x \cdot 4 = -8$ ;  
3)  $x - 3 = -5$ ;                      4)  $-10 : x = -5$ ?

**83.** Знайдіть корінь рівняння:

- 1)  $x - 3 = 8$ ;                      2)  $7 + x = 3$ ;  
3)  $-4x = -20$ ;                      4)  $x : 3 = -7$ .

Якщо вам потрібно пригадати поняття або термін з теоретичного матеріалу за 5–6 класи, то це можна зробити, зайшовши за посиланням <https://cutt.ly/AwKIdi35> або QR-кодом.





## РОЗДІЛ 1

### ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ

У ЦЬОМУ РОЗДІЛІ ВИ:

- **пригадаєте** основні властивості рівнянь з однією змінною;
- **ознайомитеся** з лінійним рівнянням з однією змінною;
- **навчитесь** розв'язувати лінійні рівняння з однією змінною та рівняння, які до них зводяться; текстові задачі за допомогою рівнянь.

#### § 1. Загальні відомості про рівняння

##### Рівняння та його розв'язки

Упродовж багатьох століть алгебра розвивалася як наука про рівняння.

**Рівнянням** називають рівність, яка містить змінну.



Основні відомості про рівняння ви вже знаєте з попередніх класів. Вираз, записаний у рівнянні ліворуч від знака рівності, називають *лівою частиною рівняння*, а вираз, записаний праворуч, – *правою частиною рівняння*.

Якщо в рівняння  $4x - 6 = x$  замість змінної  $x$  підставити число 2, то одержимо правильну числову рівність:  $4 \cdot 2 - 6 = 2$ , адже числові значення обох частин рівняння будуть між собою рівні. У такому разі про число 2 кажуть, що воно є *коренем рівняння*.

Значення змінної, яке перетворює рівняння в правильну числову рівність, називають **коренем** (або **розв'язком**) **рівняння**.

**!** Про число, яке є коренем рівняння, ще кажуть, що воно **задовольняє рівняння**.

Різні рівняння можуть мати різну кількість коренів.

Наприклад, рівняння  $4x - 6 = x$  має лише один корінь – число 2. Рівняння  $x(x - 6) = 0$  має два корені – числа 0 і 6. Рівняння  $x + 0,1 = 0,1 + x$  задовольнятиме будь-яке значення змінної  $x$ , тобто будь-яке число є його коренем, отже, це рівняння має безліч коренів. Але не існує жодного значення змінної  $x$ , яке б перетворювало рівняння  $x + 1 = x$  у правильну числову рівність, адже для кожного значення змінної  $x$  значення лівої частини рівняння буде на 1 перевищувати значення правої його частини. Тому рівняння  $x + 1 = x$  коренів не має.

**Розв'язати рівняння – означає знайти всі його корені або довести, що коренів немає.**

## Рівносильні рівняння

Розглянемо рівняння  $x + 1 = 5$  і  $3x = 12$ . Кожне з них має єдиний корінь – число 4. Ці рівняння є **рівносильними**.

Два рівняння називають **рівносильними**, якщо вони мають одні й ті самі корені. Рівносильними вважають і такі рівняння, які коренів не мають.

**Приклад 1.** Чи рівносильні рівняння: 1)  $x + 3 = 4$  і  $5x = 10$ ;  
2)  $x + 2 = x$  і  $2 - x = 5 - x$ ;  
3)  $18 - x = 11$  і  $21 : x = 3$ ?

**Розв'язання.** 1) Коренем рівняння  $x + 3 = 4$  є число 1, а коренем рівняння  $5x = 10$  – число 2. Тому рівняння  $x + 3 = 4$  і  $5x = 10$  не є рівносильними.

2) Кожне з рівнянь  $x + 2 = x$  і  $2 - x = 5 - x$  не має коренів, тому ці рівняння є рівносильними.

3) Коренем рівняння  $18 - x = 11$  є число 7. Коренем рівняння  $21 : x = 3$  також є число 7. Тому рівняння  $18 - x = 11$  і  $21 : x = 3$  – рівносильні.

*Відповідь:* 1) ні; 2), 3) так.

## Властивості рівнянь

Для розв'язування рівнянь використовують *властивості*, які перетворюють рівняння на рівносильні їм рівняння:

- 1) якщо в будь-якій частині рівняння розкрити дужки або звести подібні доданки, то одержимо рівняння, рівносильне даному;
- 2) якщо в рівнянні перенести доданок з однієї частини в другу, змінивши його знак на протилежний, то одержимо рівняння, рівносильне даному;
- 3) якщо обидві частини рівняння помножити або поділити на одне й те саме відмінне від нуля число, то одержимо рівняння, рівносильне даному.

**Приклад 2.** З'ясувати, чи є рівносильними рівняння:

1)  $2(x - 1) = 5x$  і  $2x - 2 = 5x$ ;

2)  $3a + 2 = 5a - a - 7$  і  $3a + 2 = 4a - 7$ ;

3)  $5x = 2x + 9$  і  $5x - 2x = 9$ ;

4)  $0,5b = 1,5b - 3,5$  і  $b = 3b - 7$ .

*Розв'язання.* 1) Рівняння  $2(x - 1) = 5x$  і  $2x - 2 = 5x$  є рівносильними, оскільки друге рівняння одержуємо з першого розкриттям дужок у його лівій частині.

2) Рівняння  $3a + 2 = 5a - a - 7$  і  $3a + 2 = 4a - 7$  – рівносильні, оскільки друге рівняння одержуємо з першого зведенням подібних доданків у його правій частині.

3) Рівняння  $5x = 2x + 9$  і  $5x - 2x = 9$  – рівносильні, оскільки друге рівняння одержуємо з першого перенесенням доданка з правої частини рівняння в ліву зі зміною знака цього доданка на протилежний.

4) Рівняння  $0,5b = 1,5b - 3,5$  і  $b = 3b - 7$  – рівносильні, оскільки друге рівняння одержуємо шляхом множення на 2 обох частин першого рівняння.

**Відповідь:** 1) – 4) так, рівняння рівносильні.

*А ще раніше...*

У IX ст. видатний арабський математик Мухаммед бен Муса Аль-Хорезмі у своєму трактаті «Кітаб аль-джебр аль-мукабала» зібрав і систематизував наявні на той час методи розв'язування рівнянь. Узятий з назви цієї книжки термін «аль-джебр» (у перекладі з арабської означає «відновлення») надалі став уживатися як «алгебра» і дав назву цілій науці.

У ті часи, коли Аль-Хорезмі писав свій трактат, від'ємні числа вважалися хибними, несправжніми. Тому коли від'ємне число переносили з однієї частини рівняння в іншу, змінюючи його знак, вважали, що воно «відновлюється» (стає додатним), тобто з несправжнього перетворюється на справжнє. Саме таке перетворення рівнянь Аль-Хорезмі й назвав «відновленням».

Властивість взаємного знищення однакових доданків рівняння, що містилися в обох його частинах, Аль-Хорезмі назвав «протиставленням» (арабською мовою – «аль-мукабала»).

Аль-Хорезмі був перший учений, хто відокремив алгебру від арифметики і розглянув її як окрему математичну науку. Алгебру Аль-Хорезмі в латинському перекладі вивчали європейці протягом XII–XVI ст. Подальший розвиток алгебри пов'язаний саме з європейськими вченими, зокрема з італійськими математиками епохи Відродження.



Мухаммед  
бен Муса Аль-  
Хорезмі  
(783 – бл. 850)

До XIX ст. алгебра розвивалася як наука, що вивчає методи розв'язування рівнянь. Згодом вона значно збагатилася новими змістовими лініями: спрощення виразів, функції, розв'язування нерівностей тощо. І тепер рівняння – це лише одна зі складових частин алгебри.

- ? Що називають рівнянням? ● Що називають коренем (або розв'язком) рівняння? ● Що означає розв'язати рівняння? ● Які рівняння називають рівносильними? ● Які властивості використовують під час розв'язування рівнянь?



## Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

- 1** 84. (Усно.) Який із записів є рівнянням (відповідь обґрунтуйте):
- 1)  $4x - 12 > 0$ ;      2)  $3x + 7$ ;  
3)  $4x - 2 = 10$ ;      4)  $(14 - 10) \cdot 2 = 8$ ?
85. (Усно.) Чи є число 4 коренем рівняння:
- 1)  $2x = 8$ ;      2)  $x - 2 = 3$ ;  
3)  $2x - 3 = 6$ ;      4)  $32 : x = 8$ ?
86. Чи є число 3 розв'язком рівняння:
- 1)  $x + 5 = 8$ ;      2)  $2x = 9$ ;  
3)  $x - 4 = -1$ ;      4)  $x : 3 = 0$ ?
- 2** 87. Яке із чисел є коренем рівняння  $x^2 = 2x + 3$ :
- 1) 0;      2) -1;      3) 1;      4) 3?
88. Чи є коренем рівняння  $x^2 = 4 - 3x$  число:
- 1) 0;      2) 1;      3) -2;      4) -4?
89. Доведіть, що кожне із чисел 1,2 та -1,2 є коренем рівняння  $x^2 = 1,44$ .
90. Чи є рівносильними рівняння:
- 1)  $x + 2 = 5$  і  $x : 3 = 1$ ;  
2)  $x - 3 = 7$  і  $2x = 18$ ?

**91.** Чи є рівносильними рівняння:

- 1)  $x - 2 = 3$  і  $2x = 10$ ;
- 2)  $x + 3 = 7$  і  $x : 2 = 3$ ?

**3** **92.** Доведіть, що:

- 1) коренем рівняння  $2(x - 3) = 2x - 6$  є будь-яке число;
- 2) рівняння  $y - 7 = y$  не має коренів.

**93.** Доведіть, що:

- 1) коренем рівняння  $3(2 - c) = 6 - 3c$  є будь-яке число;
- 2) рівняння  $x = x + 8$  не має коренів.

**94.** Складіть рівняння, що має:

- 1) єдиний корінь – число  $-2$ ;
- 2) два корені – числа  $5$  і  $-5$ .

**95.** З'ясуйте, не розв'язуючи рівнянь, чи є вони рівносильними:

- 1)  $4(x - 2) = 19$  і  $4x - 8 = 19$ ;
- 2)  $2x - 3 = 3x + 5$  і  $2x - 3x = 5 + 3$ ;
- 3)  $8(x - 3) = 40$  і  $x - 3 = 5$ ;
- 4)  $\frac{2x}{3} = 11$  і  $2x = 33$ .

**96.** Установіть, не розв'язуючи, чи є рівняння рівносильними:

- 1)  $8(x - 1) = 5$  і  $8x - 8 = 5$ ;
- 2)  $3x + 7 = 4x - 8$  і  $3x - 4x = -8 - 7$ ;
- 3)  $9(x + 2) = 18$  і  $x + 2 = 2$ ;
- 4)  $-\frac{3x}{4} = 7$  і  $-3x = 28$ .

**4** **97.** Чи має розв'язки рівняння:

- |                            |                          |
|----------------------------|--------------------------|
| 1) $x + 2 = 2 - x$ ;       | 2) $x + 3 = 3 + x$ ;     |
| 3) $x + 1 = -1 + x$ ;      | 4) $0 \cdot x = 0$ ;     |
| 5) $0 \cdot (x - 1) = 3$ ; | 6) $5(x - 1) = 5x - 5$ ; |
| 7) $0 : x = 0$ ;           | 8) $2(x - 3) = 2x - 7$ ? |

## Вправи для повторення

98. Обчисліть:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{2}{3} + \frac{7}{12}; & 2) \frac{8}{21} - \frac{3}{14}; & 3) 2\frac{3}{5} + 3\frac{7}{10}; \\ 4) \frac{5}{11} - \frac{2}{33}; & 5) \frac{9}{20} + 1\frac{1}{15}; & 6) 5\frac{4}{15} - 1\frac{2}{7}. \end{array}$$

99. Знайдіть:

$$\begin{array}{ll} 1) 25 \% \text{ від числа } 200; & 2) 13 \% \text{ від числа } 82; \\ 3) 20,5 \% \text{ від числа } 64; & 4) 21 \% \text{ від числа } 3\frac{2}{7}. \end{array}$$



## Життєва математика

100. Щоб заощадити на електроспоживанні, у родині вирішили встановити двозонний лічильник електроенергії. Оплата за електроенергію вночі становить 50 % від оплати в інший час. Лічильник було придбано за 1500 грн, і ще 500 грн було сплачено за встановлення та взяття лічильника на облік. З червня 2023 року тариф для населення становить 2,64 грн за 1 кВт · год. Родина щомісяця використовує 500 кВт · год електроенергії, з них 100 кВт · год – у нічний час. За двозонним лічильником вартість електроенергії, використаної в нічний час, обчислюється за тарифом 1,32 грн за 1 кВт · год. Через скільки місяців родина окупить встановлення двозонного лічильника?



## Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу

101. Перенесіть у ліву частину рівняння всі доданки, що містять змінну, а в праву – усі доданки, які її не містять:

1)  $5y + 11 = 8 - 3y$ ;

2)  $6x - 13 = 2x + 7$ ;

3)  $-2m - 13 = -3m + 5$ ;

4)  $-1 - 4x = 17x - 8$ .

102. Розв'яжіть рівняння:

1)  $-3x = -21$ ;

2)  $-2x = 40$ ;

3)  $0,2x = -5$ ;

4)  $50x = -5$ .



### Цікаві задачі – поміркуй одначе

103. Яку остачу при діленні на 1001 дає число

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 + 2000?$$

## § 2. Лінійне рівняння з однією змінною

### Лінійне рівняння з однією змінною та його розв'язування

Ми знаємо, як розв'язувати рівняння  $2x = -8$ ;  $-0,01x = 17$ ;  $\frac{1}{3}x = 5$ . Кожне із цих рівнянь має вигляд  $ax = b$ , де  $x$  – змінна,  $a$  і  $b$  – деякі числа.

Рівняння вигляду  $ax = b$ , де  $x$  – змінна,  $a$  і  $b$  – числа, називають **лінійним рівнянням з однією змінною**.

Числа  $a$  і  $b$  називають **коефіцієнтами** цього рівняння.

Якщо  $a \neq 0$ , то рівняння  $ax = b$  є **рівнянням першого степеня з однією змінною**. Поділивши обидві частини та-

кого рівняння на  $a$ , матимемо, що  $x = \frac{b}{a}$ , тобто єдиним коре-

нем цього рівняння є число  $\frac{b}{a}$ .

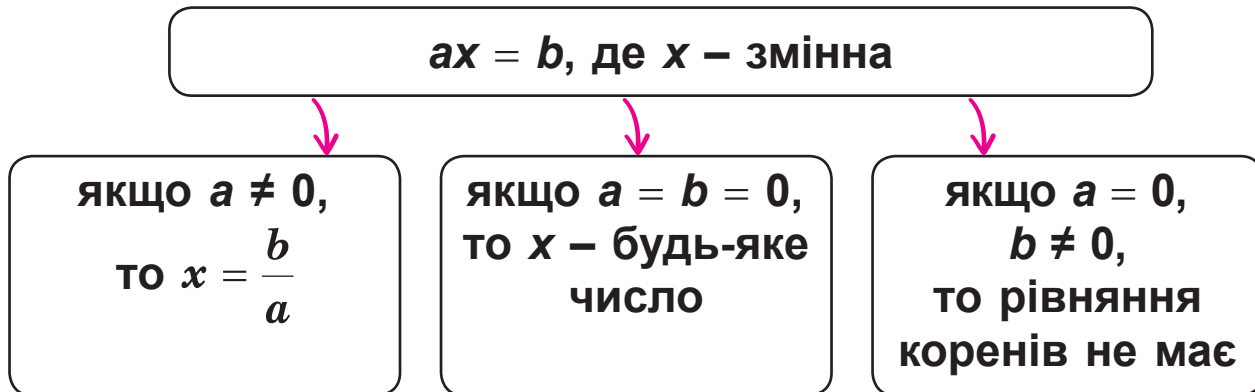
Якщо  $a = b = 0$ , то лінійне рівняння набуває вигляду  $0x = 0$ . Його коренем є будь-яке число, оскільки для будь-якого значення  $x$  значення лівої і правої частин рівняння будуть між со-



бою рівними й дорівнюватимуть нулю. Тому рівняння  $0x = 0$  має безліч коренів.

Якщо  $a = 0$ , а  $b \neq 0$ , лінійне рівняння набуває вигляду  $0x = b$ . При цьому не існує жодного значення змінної  $x$ , яке б перетворювало ліву і праву частини рівняння на одне й те саме число. Адже значення лівої частини рівняння для будь-якого значення  $x$  дорівнюватиме нулю, а значення правої частини – числу  $b$ , відмінному від нуля. Тому рівняння  $0x = b$  для  $b \neq 0$  коренів не має.

Систематизуємо дані про розв'язки лінійного рівняння  $ax = b$ , де  $a$  і  $b$  – числа, у вигляді схеми:



**Приклад 1.** Розв'язати рівняння:

1)  $0,2x = 7$ ;    2)  $-\frac{2}{3}x = 2\frac{2}{3}$ ;    3)  $0x = 7$ .

*Розв'язання.*

1)  $0,2x = 7$ ;  
 $x = 7 : 0,2$ ;  
 $x = 35$ .  
*Відповідь:* 35.

2)  $-\frac{2}{3}x = 2\frac{2}{3}$ ;  
 $x = 2\frac{2}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right)$ ;  
 $x = -4$ .  
*Відповідь:*  $-4$ .

3)  $0x = 7$ ;  
*рівняння коренів  
не має.*  
*Відповідь:* коренів немає.

**Приклад 2.** Для якого значення  $b$  рівносильні рівняння  $-2x = 8$  і  $3x + b = 11$ ?

*Розв'язання.* 1) Розв'яжемо рівняння  $-2x = 8$ . Маємо:

$$x = 8 : (-2); x = -4.$$

2) Щоб рівняння  $-2x = 8$  і  $3x + b = 11$  були рівносильними, необхідно, щоб друге рівняння мало єдиний корінь, що дорівнює числу  $-4$ . Оскільки  $x = -4$ , то маємо:  $-12 + b = 11$ ;  $b = 23$ . Легко пересвідчитися в тому, що рівняння  $3x + 23 = 11$  має єдиний корінь, що дорівнює  $-4$ . *Відповідь:* 23.

### Розв'язування рівнянь, що зводяться до лінійних

Процес розв'язування багатьох рівнянь є зведенням цих рівнянь до лінійних шляхом рівносильних перетворень за властивостями рівнянь.

**Приклад 3.** Розв'язати рівняння:

$$1) 3(x + 3) - 2x = 6 - 4x; \quad 2) \frac{x + 1}{2} + \frac{5 - x}{3} = \frac{x + 13}{6}.$$

*Розв'язання.*

1. Позбудемося знаменників (якщо вони є):

$$1) 3(x + 3) - 2x = 6 - 4x.$$

$$2) \frac{x + 1}{2} + \frac{5 - x}{3} = \frac{x + 13}{6}.$$

Помножимо обидві частини рівняння на 6 (на найменший спільний знаменник дробів). Маємо:

$$\frac{6(x + 1)}{2} + \frac{6(5 - x)}{3} = \frac{6(x + 13)}{6};$$

$$3(x + 1) + 2(5 - x) = x + 13.$$

2. Розкриємо дужки (якщо вони є):

$$3x + 9 - 2x = 6 - 4x.$$

$$3x + 3 + 10 - 2x = x + 13.$$

3. Перенесемо доданки, що містять змінну, у ліву частину рівняння, а інші – у праву, змінивши знаки цих доданків на протилежні:

$$3x - 2x + 4x = 6 - 9. \quad | \quad 3x - 2x - x = 13 - 3 - 10.$$

4. Зведемо подібні доданки:

$$5x = -3. \quad | \quad 0x = 0.$$

5. Розв'яжемо отримане лінійне рівняння:

$$x = -3 : 5;$$

$$x = -0,6.$$

Відповідь:  $-0,6$ .

$$x - \text{будь-яке число.}$$

Відповідь: будь-яке число.

**Приклад 4.** Розв'язати рівняння  $5(x + p) = 3x - 7p$ ,  $x$  – змінна.

*Розв'язання.* Розкриємо дужки в лівій частині рівняння:

$$5x + 5p = 3x - 7p.$$

Перенесемо доданок  $3x$  у ліву частину, а  $5p$  – у праву.

Матимемо:  $5x - 3x = -7p - 5p$ , тобто  $2x = -12p$ .

Тоді  $x = (-12p) : 2$ , тобто  $x = (-12 : 2)p$ , отже,  $x = -6p$ .

Відповідь:  $-6p$ .

**Приклад 5.** Розв'язати рівняння  $|2x - 7| = 3$ .

*Розв'язання.* Щоб модуль деякого виразу дорівнював числу 3, значення цього виразу має дорівнювати 3 або  $-3$ .

$$\text{Маємо: } |2x - 7| = 3;$$

$$2x - 7 = 3; \quad \text{або} \quad 2x - 7 = -3;$$

$$2x = 10; \quad 2x = 4;$$

$$x = 5. \quad x = 2.$$

Відповідь: 5; 2.

**?** Яке рівняння називають лінійним рівнянням з однією змінною? Наведіть приклади лінійних рівнянь. **○** Коли рівняння  $ax = b$  має єдиний корінь? **○** Коли рівняння  $ax = b$  має безліч коренів? **○** Коли рівняння  $ax = b$  не має коренів?



## Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

**1** 104. (Усно.) Яке з рівнянь є лінійним:

- 1)  $15x = 0$ ;                      2)  $-7x = -\frac{1}{2}$ ;                      3)  $x^2 = 2x$ ;  
4)  $0x = 19$ ;                      5)  $x + 3 = x^2$ ;                      6)  $0x = 0$ ?

105. (Усно.) Скільки коренів має рівняння:

- 1)  $2x = -3$ ;                      2)  $0x = 7$ ;                      3)  $0x = 0$ ?

106. З'ясуйте, яке з поданих рівнянь має лише один корінь, не має коренів, має безліч коренів:

- 1)  $-2x = -9$ ;                      2)  $0x = 0$ ;                      3)  $0,42x = 0$ ;  
4)  $17 = 0x$ ;                      5)  $\frac{2}{3}x = -9$ ;                      6)  $0x = -12$ .

**2** 107. (Усно.) Розв'яжіть рівняння:

- 1)  $-2x = -12$ ;                      2)  $0,5x = -2,5$ ;                      3)  $-2,5x = 7,5$ ;  
4)  $\frac{1}{5}x = \frac{3}{10}$ ;                      5)  $\frac{4}{7}x = 1$ ;                      6)  $-5x = -12$ .

108. Розв'яжіть рівняння:

- 1)  $-3x = -21$ ;                      2)  $-2x = \frac{2}{9}$ ;                      3)  $-\frac{1}{5}x = -5$ ;  
4)  $50x = 5$ ;                      5)  $-x = 1\frac{2}{7}$ ;                      6)  $-0,01x = 0,17$ ;  
7)  $\frac{2}{9}x = -\frac{4}{27}$ ;                      8)  $-1,2x = -4,2$ ;                      9)  $\frac{7}{8}x = 0$ .

109. Знайдіть корінь рівняння:

- 1)  $2x = -8$ ;                      2)  $\frac{1}{5}x = 9$ ;                      3)  $-3x = \frac{1}{4}$ ;  
4)  $-10x = -5$ ;                      5)  $\frac{2}{15}x = 0$ ;                      6)  $0,1x = -0,18$ .

**110.** Визначте, що має бути записано в правій частині рівняння замість пропусків, якщо відомо його корінь:

1)  $8x = \dots$  ;      2)  $-9x = \dots$  ;      3)  $\frac{3}{4}x = \dots$  ;  
 $x = -9$ ;       $x = 0$ ;       $x = 12$ .

**111.** Знайдіть корінь рівняння:

1)  $7x + 14 = 0$ ;      2)  $0,3x - 21 = 0,5x - 23$ ;  
3)  $4x + 3 = 6x - 13$ ;      4)  $5x + (3x - 7) = 9$ ;  
5)  $47 = 10 - (9x + 2)$ ;      6)  $(3x + 2) - (8x + 6) = 14$ .

**112.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $2x - 10 = 0$ ;      2)  $1,4x - 12 = 0,9x + 4$ ;  
3)  $3x + 14 = 5x + 16$ ;      4)  $12 - (5x + 10) = -3$ ;  
5)  $6 - (8x + 11) = -1$ ;      6)  $(3x - 4) - (6 - 4x) = 4$ .

**113.** Яке з рівнянь рівносильне рівнянню  $5x = 10$ :

1)  $x + 3 = 5$ ;      2)  $5 - x = 7$ ;      3)  $x + 2 = x + 1$ ;  
4)  $x - 7 = -5$ ;      5)  $x = 8 - 3x$ ;      6)  $4x - 7 = 4x$ ?

**114.** Чи є рівняння рівносильними:

1)  $4x - x = 17$  і  $3x = 17$ ;      2)  $5x - 9 = 3x$  і  $6x = 21$ ;  
3)  $2x = -12$  і  $x + 6 = 0$ ;      4)  $12x = 0$  і  $15x = 15$ ?

**115.** Для якого значення  $x$  значення виразу:

1)  $3x + 7$  дорівнює  $-2$ ;  
2)  $4(x + 1)$  дорівнює значенню виразу  $5x - 9$ ?

**116.** Для якого значення  $u$ :

1) значення виразу  $5u - 13$  дорівнює  $-3$ ;  
2) значення виразів  $3(u - 2)$  і  $13u - 8$  між собою рівні?

**117.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $\frac{x + 1}{3} = 5$ ;      2)  $\frac{2x - 7}{5} = 1$ ;  
3)  $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 8$ ;      4)  $\frac{x}{4} - \frac{x}{5} = 1$ .

**118.** Знайдіть корінь рівняння:

1)  $\frac{x-2}{4} = 1;$                       2)  $\frac{3x+2}{5} = 4;$

3)  $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 1;$                       4)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 10.$

**119.** Складіть лінійне рівняння, коренем якого є:

- 1) число  $-2;$
- 2) число  $-0,2.$

**120.** Складіть лінійне рівняння:

- 1) яке не має коренів;
- 2) коренем якого є будь-яке число.

**121.** Складіть лінійне рівняння, коренем якого є:

- 1) число  $-8;$
- 2) будь-яке число.

**3** **122.** Знайдіть корінь рівняння:

- 1)  $(4x - 2) + (5x - 4) = 9 - (5 - 11x);$
- 2)  $(7 - 8x) - (9 - 12x) + (5x + 4) = -16;$
- 3)  $3(4x - 5) - 10(2x - 1) = 33;$
- 4)  $9(3(x + 1) - 2x) = 7(x + 1).$

**123.** Розв'яжіть рівняння:

- 1)  $(9x - 4) + (15x - 5) = 18 - (25 - 22x);$
- 2)  $(10x + 6) - (9 - 9x) + (8 - 11x) = -19;$
- 3)  $7(x - 1) - 3(2x + 1) = -x - 15;$
- 4)  $5(4(x - 1) - 3x) = 9x.$

**124.** Розв'яжіть рівняння  $\frac{3x-11}{4} = \frac{2x-2}{3}$  і  $\frac{4y-16}{2} = \frac{6y-10}{5}.$



Знайдіть добуток  $10x$  та дізнайтеся рік заснування Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича.

**125.** Розв'яжіть рівняння  $\frac{2x + 13}{3} = \frac{6x - 1}{4}$  і  $\frac{3y - 9}{5} = \frac{2y + 6}{6}$ .



Знайдіть значення виразу  $x + y + 1788$  та дізнайтеся рік заснування Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

**126.** Розв'яжіть рівняння, де  $x$  – змінна:

1)  $2x + a = x + a$ ;

2)  $b + x = c - x$ ;

3)  $6x + 2m = x - 8m$ ;

4)  $9a + x = 3b - 2x$ .

**127.** Розв'яжіть рівняння, де  $x$  – змінна:

1)  $7x + m = 2x + m$ ;

2)  $a + x = 2m - x$ ;

3)  $3x + b = 9b - x$ ;

4)  $5p + 2x = 10a - 3x$ .

**128.** Чи є рівносильними рівняння:

1)  $2x - 4 = 2$  і  $5(x - 3) + 1 = 3x - 8$ ;

2)  $5x + 3 = 8$  і  $7(x - 2) + 20 = 4x + 3$ ;

3)  $5x = 0$  і  $0 \cdot x = 5$ ;

4)  $7x + 1 = 7x + 2$  і  $5(x + 1) = 5x + 5$ ;

5)  $0 : x = 7$  і  $0 \cdot x = 7$ ;

6)  $3(x - 2) = 3x - 6$  і  $2(x + 7) = 2(x + 1) + 12$ ?

**129.** Для якого значення  $y$  значення виразу:

1)  $5y + 7$  утричі більше за значення виразу  $y + 5$ ;

2)  $2y - 4$  на 7,4 більше за значення виразу  $3 - 7y$ ?

**130.** Для якого значення  $x$  значення виразу:

1)  $7x + 8$  удвічі більше за значення виразу  $x + 7$ ;

2)  $5x - 8$  на 17,2 менше від значення виразу  $x + 2$ ?

**131.** Складіть рівняння, яке було б рівносильним рівнянню

$$7(2x - 8) = 5(7x - 8) - 15x.$$

**132.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $|x| + 3 = 7$ ;

2)  $|x| - 2 = -9$ ;

3)  $2|x| - 6 = 0$ ;

$$4) |x + 5| = 0; \quad 5) |7 - x| = 1; \quad 6) |x + 12| = -3;$$

$$7) |2x + 1| = 7; \quad 8) 2(|x| - 3) = |x|; \quad 9) \frac{1}{2}|x - 1| + 3 = 5.$$

**133.** Розв'яжіть рівняння:

$$1) |x| - 5 = 4; \quad 2) |x| + 1 = -2; \quad 3) \frac{1}{2}|x| - 4 = 0;$$

$$4) |2x - 1| = 0; \quad 5) |2x - 7| = 3; \quad 6) 4(|x| - 3) = |x|.$$

**134.** Для якого значення  $a$  рівняння:

$$1) 2ax = 16 \text{ має корінь, що дорівнює } 4;$$

$$2) 3x = a \text{ має корінь, що дорівнює } \frac{4}{7};$$

$$3) 5(a + 1)x = 40 \text{ має корінь, що дорівнює } -1?$$

**135.** Для якого значення  $b$  коренем рівняння:

$$1) 3bx = -24 \text{ є число } -4; \quad 2) (2b - 5)x = 45 \text{ є число } 3?$$

**136.** Розв'яжіть рівняння:

$$1) 4x + 7 = 3(x - 2) + x; \quad 2) 2x + 5 = 2(x - 4) + 13.$$

**137.** Знайдіть корінь рівняння:

$$1) 3(x - 2) + 4x = 7(x - 1) + 1; \quad 2) 2(x + 1) + 4x = 6(x + 3).$$

**138.** Розв'яжіть рівняння:

$$1) \frac{3x - 1}{2} + \frac{6x + 3}{11} = 10; \quad 2) \frac{8x - 3}{7} - \frac{3x + 1}{10} = 2;$$

$$3) \frac{x}{10} + \frac{2x}{5} = \frac{7x}{15} - \frac{1}{6}; \quad 4) \frac{1 + 2x}{2} - \frac{3x + 2}{3} = \frac{5x + 4}{6};$$

$$5) \frac{2x - 3}{5} - \frac{1 - x}{4} + \frac{5x + 1}{20} = \frac{9x + 3}{10};$$

$$6) \frac{3x - 5}{4} - \frac{2 - x}{3} + \frac{2x + 5}{12} = \frac{5x - 6}{4}.$$



**139.** Знайдіть корінь рівняння:

1)  $\frac{2x + 1}{3} + \frac{x + 7}{2} = 5;$

2)  $\frac{5x - 6}{12} - \frac{x - 5}{8} = 1;$

3)  $\frac{x}{3} + \frac{2x}{9} = \frac{5x}{6} - \frac{1}{18};$

4)  $\frac{3x + 1}{5} - \frac{2 + x}{2} = \frac{x - 8}{10}.$

**4** **140.** За якого значення  $b$  рівняння мають однакові корені:

1)  $4x - 3 = 5$  і  $3x + b = 17;$

2)  $x + b = 9$  і  $2x - b = x?$

**141.** Для якого значення  $a$  рівняння мають однакові корені:

1)  $2x - 3 = 7$  і  $a - 3x = 9;$

2)  $x + a = 7$  і  $3x - a = 2x?$

**142.** Знайдіть усі цілі значення  $m$ , для яких корінь рівняння  $mx = 4$  є цілим числом.

**143.** Знайдіть усі цілі значення  $b$ , для яких корінь рівняння  $bx = -6$  є натуральним числом.

**144.** Для якого значення  $a$  не має коренів рівняння:

1)  $(a - 1)x = 5;$

2)  $(a + 3)x = a - 2;$

3)  $(a - 4)x = a - 4?$

**145.** Для якого значення  $b$  не має розв'язків рівняння:

1)  $(b + 1)x = 6;$

2)  $(b - 3)x = b;$

3)  $(b + 1)x = b + 1?$

**146.** Для якого значення  $m$  будь-яке число є коренем рівняння:

1)  $(m - 1)x = 1 - m;$

2)  $m(m + 2)x = (m + 2);$

3)  $(m - 3)x = 5?$

**147.** Для якого значення  $a$  має безліч коренів рівняння:

1)  $(a + 2)x = 2 + a;$

2)  $(a - 3)x = 9;$

3)  $a(a - 4)x = 4 - a?$

**\* 148.** Розв'яжіть рівняння, де  $x$  – змінна.

1)  $(b + 1)x = 7;$

2)  $(5 - b)x = b - 5;$

3)  $(|b| - 2)x = b + 2.$

**149.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $|x| + 4x = 15;$

2)  $|7x| - x = 24.$

## Вправи для повторення

**150.** Знайдіть значення виразу:

1)  $4a + 12b + 8a$ , якщо  $a = -13$ ;  $b = 13$ ;

2)  $(3x - 2x)(5m + 4m)$ , якщо  $x = 1\frac{8}{9}$ ;  $m = -1\frac{1}{2}$ .

**151.** Знайдіть число, якщо:

1) 15 % його дорівнюють 300;

2) 11 % його дорівнюють 28,16.

**152.** Зведіть подібні доданки:

1)  $7x - 2y + 3x + 17y$ ;

2)  $-5,2 + 17a + 4,9 - 12a$ ;

3)  $-5x + 7 - 2y + 5x - 12y$ ;

4)  $5\frac{1}{2}p - 2\frac{5}{6}a + 7\frac{1}{2}p + 4\frac{1}{3}a$ .

**153.** Розкрийте дужки і спростіть вираз:

1)  $a - (a - (2a - 8))$ ;

2)  $5m - ((n - m) + 3n)$ ;

3)  $15a - (2a - (3a - (a + 1)))$ ;

4)  $b - (b - ((b - a) - 2a))$ .



## Життєва математика

**154.** Добова доза вітаміну С для дорослої людини становить 0,05 г. У 100 г ягід малини міститься майже 25 мг вітаміну С (1 мг = 0,001 г).

1) Визначте, скільки грамів вітаміну С міститься в 1 кг ягід малини.

2) Скільки добових доз вітаміну С може замінити дорослій людині споживання 1 кг ягід малини?



## Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу

**155.** Одне число на 6 менше від другого. Менше із чисел позначено через  $x$ . Виразіть через  $x$  друге число.

156. Одне число в 4 рази більше за друге. Менше із чисел позначено через  $x$ . Виразіть через  $x$  друге число.
157. На двох клумбах разом росте 62 тюльпани, до того ж на одній клумбі на 6 тюльпанів менше, ніж на другій. Скільки тюльпанів росте на кожній клумбі?



### Цікаві задачі – поміркуй одначе

158. Відомо, що  $x + y = 13$ . Для яких натуральних значень  $x$  і  $y$  вираз  $xy$  набуває найбільшого значення?

## § 3. Розв'язування задач за допомогою лінійних рівнянь. Рівняння як математична модель задачі

### Математична модель задачі

Щоб розв'язати задачу практичного змісту, доцільно спочатку створити її *математичну модель*, тобто записати залежність між відомими й невідомими величинами за допомогою математичних понять, відношень, формул, рівнянь тощо.

### Розв'язування текстових задач за допомогою рівнянь

Розглянемо текстові задачі, математичними моделями яких є лінійні рівняння та рівняння, що зводяться до них.

Розв'язувати задачу за допомогою рівняння слід у такій послідовності:

- 1) позначити змінною одну з невідомих величин;
- 2) інші невідомі величини (якщо вони є) виразити через введenu змінну;
- 3) за умовою задачі встановити співвідношення між невідомими та відомими значеннями величин і скласти рівняння;

- 4) розв'язати одержане рівняння;
- 5) проаналізувати розв'язки рівняння і знайти невідому величину, а за потреби і значення інших невідомих величин;
- 6) записати відповідь до задачі.

Розглянемо кілька задач та розв'яжемо їх за допомогою лінійного рівняння.

**Приклад 1.** На свій день народження сестрички-близнючки Наталя та Олена отримали разом 127 вітальних SMS-повідомлень, причому Наталя отримала на 13 повідомлень більше, ніж Олена. Скільки SMS-повідомлень на свій день народження отримала кожна сестричка?

*Розв'язання.* Нехай Олена отримала  $x$  повідомлень, тоді Наталя –  $(x + 13)$ . А обидві разом –  $(x + x + 13)$  повідомлень, що за умовою дорівнює 127.

Маємо рівняння:  $x + x + 13 = 127$ . Звідки  $x = 57$ .

Отже, Олена отримала 57 повідомлень,  $57 + 13 = 70$  (повід.) – отримала Наталя.

*Відповідь:* 70 повідомлень; 57 повідомлень.

**Приклад 2.** Максимально допустимий розмір кредиту банк обчислює за формулою:

$$S = \frac{C}{3} \cdot n,$$

де  $S$  – сума кредиту,  $C$  – середньомісячна зарплата позичальника. Для кредиту терміном в один рік вважають, що  $n = 9$ , терміном у два роки –  $n = 21$ , терміном у три роки –  $n = 33$ . Який найменший розмір середньомісячної зарплати має бути в позичальника, щоб банк надав йому кредит у сумі 30 000 грн на: 1) 1 рік; 2) 2 роки; 3) 3 роки?

*Розв'язання.* За умовою  $S = 30\ 000$  грн. Нехай найменший розмір середньомісячної зарплати позичальника –  $x$  грн.

1) Маємо рівняння:  $30\ 000 = \frac{x}{3} \cdot 9$ ; звідки  $x = 10\ 000$ .

Отже, середньомісячна зарплата позичальника має бути не менше ніж 10 000 грн.

2) Маємо рівняння:  $30\ 000 = \frac{x}{3} \cdot 21$ ; звідки  $x \approx 4285,7$ .

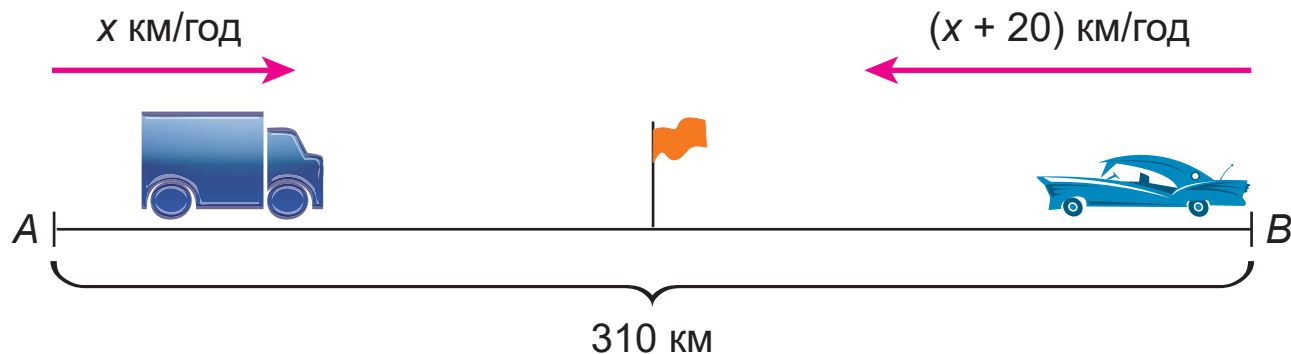
Отже, середньомісячна зарплата має бути не менше ніж 4286 грн.

3) Маємо рівняння:  $30\ 000 = \frac{x}{3} \cdot 33$ ; звідки  $x \approx 2727,3$ .

Отже, середньомісячна зарплата має бути не менше ніж 2728 грн.

*Відповідь:* 1) 10 000 грн; 2) 4286 грн; 3) 2728 грн.

**Приклад 3.** З міста  $A$  до міста  $B$ , відстань між якими 310 км, виїхала вантажівка. Через 30 хв після цього з міста  $B$  до міста  $A$  виїхав легковик. Вантажівка і легковик зустрілися через 2 год після виїзду легковика. Знайти швидкість кожної із цих автовок, якщо швидкість легковика на 20 км/год більша за швидкість вантажівки.



*Розв'язання.* Нехай швидкість вантажівки –  $x$  км/год. Умову задачі зручно подати у вигляді таблиці:

Учасники руху	$v$ , км/год	$t$ , год	$s$ , км
Вантажівка	$x$	2,5	$2,5x$
Легковик	$x + 20$	2	$2(x + 20)$

Оскільки автівки виїхали назустріч одна одній і зустрілися, то разом вони подолали 310 км.

Маємо рівняння:  $2,5x + 2(x + 20) = 310$ .

Розв'яжемо його:  $2,5x + 2x + 40 = 310$ ;

$$4,5x = 270;$$

$$x = 60 \text{ (км/год) – швидкість вантажівки;}$$

$$60 + 20 = 80 \text{ (км/год) – швидкість легкового.}$$

**Відповідь:** 60 км/год; 80 км/год.

 Якої послідовності дій слід дотримуватися, розв'язуючи задачу за допомогою рівняння?



## Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

- 1** **159.** (Усно.) Одне число на 30 більше за інше. Менше з них позначено через  $x$ . Виразіть через  $x$  більше із цих чисел.
- 160.** (Усно.) Одне додатне число в 4 рази більше за інше. Менше з них позначено через  $x$ . Виразіть через  $x$  більше із цих чисел.
- 161.** На одній клумбі росте  $x$  кущів троянд, а на іншій – утричі більше. Виразіть через  $x$  кількість кущів троянд, що ростуть на другій клумбі.
- 162.** (Усно.) Відстань, що дорівнює  $x$  км, велосипедистка долає за 3 год. Виразіть через  $x$  швидкість її руху.
- 163.** (Усно.) Перше число позначили через  $x$ , а друге число становить чверть від першого. Виразіть друге число через  $x$ .

- 164.** Перше число дорівнює  $x$ , а друге число становить 60 % від першого. Виразіть через  $x$  друге число.
- 165.** (Усно.) Сума довжин двох відрізків дорівнює 16 см. Довжина одного з них  $x$  см. Виразіть через  $x$  довжину другого відрізка.
- 166.** (Усно.) Власна швидкість човна дорівнює 24 км/год, а швидкість течії –  $x$  км/год. Виразіть через  $x$  швидкість човна за течією і проти течії.
- 2** **167.** Загадали число. Якщо від нього відняти 7 і одержаний результат поділити на 9, то матимемо 12. Яке число загадали?
- 168.** Знайдіть число, половина якого разом з його третиною дорівнює 40.
- 169.** У двох цистернах разом 64 т пального, причому в першій на 4 т менше, ніж у другій. Скільки тонн пального в кожній цистерні?
- 170.** В автопарку вантажівок у 6 разів більше, ніж легковиків. Скільки легковиків в автопарку, якщо їх разом з вантажівками налічується 91?
- 171.** Одне з двох додатних чисел утричі більше за інше. Знайдіть ці числа, якщо їх різниця дорівнює 32.
- 172.** Бабусі разом з мамою 99 років. Скільки років кожній з них, якщо бабуся старша за маму на 25 років?
- 173.** Сума двох чисел 240, а їх відношення дорівнює 5 : 7. Знайдіть ці числа.
- 174.** Різниця двох чисел 36, а їх відношення дорівнює 7 : 4. Знайдіть ці числа.
- 175.** Периметр трикутника дорівнює 20 дм. Дві його сторони між собою рівні, і кожна з них на 1 дм більша за третю. Знайдіть сторони трикутника.

- 176.** За два дні було продано 384 кг бананів, причому другого дня продали  $\frac{3}{5}$  від того, що продали першого. Скільки кілограмів бананів продали першого дня і скільки – другого?
- 177.** Група студентів за другий день пододала  $\frac{7}{8}$  від тієї відстані, яку пододала першого дня. Скільки кілометрів подолали студенти першого дня і скільки – другого, якщо за перший день було подолано на 3 км більше, ніж за другий?
- 178.** Бабуся ліпила вареники протягом двох годин. За другу годину вона виліпила на 5 % більше вареників, ніж за першу. Скільки вареників виліпила бабуся за першу годину і скільки – за другу, якщо за другу годину вона виліпила на 3 вареники більше, ніж за першу?
- 179.** За пральну машину та її підключення заплатили 11 760 грн. Вартість підключення становить 5 % від вартості машини. Скільки коштує пральна машина?
- 180.** За 2 год мотоцикліст долає таку саму відстань, що й велосипедистка за 5 год. Швидкість мотоцикліста на 27 км/год більша за швидкість велосипедистки. Знайдіть швидкість кожного з них.
- 181.** Ящик з апельсинами на 3 кг важчий за ящик з лимонами. Яка маса кожного з них, якщо маса чотирьох ящиків з апельсинами така сама, як маса п'яти ящиків з лимонами?
- 182.** З міста до села турист ішов зі швидкістю 4 км/год, а повертався назад зі швидкістю 3 км/год. На весь шлях він витратив 7 год. Знайдіть відстань від міста до села.



- 183.** Периметр прямокутника дорівнює 36 см, причому одна з його сторін на 4 см більша за іншу. Знайдіть сторони прямокутника та його площу.
- 184.** Під час літніх канікул Сергій прочитав удвічі більше оповідань, ніж Костя. Проте протягом вересня Костя встиг прочитати ще 24 оповідання, після чого виявилось, що хлопці прочитали однакову кількість оповідань. Скільки оповідань прочитав кожен з хлопців до початку навчального року?
- 185.** У Марійки було втричі більше грошей, ніж в Олі. Після того як Марійка витратила 18 грн, грошей у дівчат стало порівну. Скільки грошей мала кожна з дівчат спочатку?
- 3 186.** Мережа кондитерських до річниці свого відкриття дарувала відвідувачам набори солодоців торгових марок «Добре», «Солодко» та «Смачно». Наприкінці святкування з'ясувалося, що наборів «Солодко» було подаровано на 12 більше, ніж наборів «Добре», а наборів «Смачно» – на 31 більше, ніж «Солодко». По скільки наборів кожної марки було подаровано, якщо відвідувачів було 430 і кожен з них отримав по одному набору?
- 187.** Одна сторона трикутника на 9 см менша від другої і вдвічі менша від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 105 см.
- 188.** Чи можна розкласти 68 банок консервів у три ящики так, щоб у другому ящику було вдвічі більше банок, ніж у першому, а в третьому – на 3 банки менше, ніж у першому?
- 189.** Чи можна 90 книжок розмістити на трьох полицях так, щоб на третій було на 3 книжки більше, ніж на другій, і на 5 книжок менше, ніж на першій?
- 190.** Батькові зараз – 38 років, а його синові – 10. Через скільки років батько буде втричі старший за сина?

- 191.** На одній ділянці кущів аґрусу втричі більше, ніж на другій. Якщо з першої ділянки пересадити 12 кущів на другу, то кущів аґрусу на обох ділянках стане порівну. Скільки кущів аґрусу росте на кожній ділянці?
- 192.** У двох корпусах пансіонату проживала однакова кількість відпочивальників. У зв'язку з проведенням ремонту було вирішено переселити 24 відпочивальники з першого корпусу до другого, після чого кількість відпочивальників у першому корпусі стала в 4 рази меншою, ніж у другому. По скільки відпочивальників проживало в кожному корпусі до початку ремонтних робіт?
- 193.** У двох мішках цукру було порівну. Після того як з першого мішка пересипали 8 кг до другого, у ньому стало вдвічі менше цукру, ніж у другому. По скільки кілограмів цукру було в кожному мішку спочатку?
- 194.** На 440 гривень було придбано 25 зошитів у клітинку і лінійку. Вартість зошита в лінійку – 17 грн, а в клітинку – 18 грн. По скільки зошитів кожного виду придбали?
- 195.** Для свята придбали 12 коробок цукерок по 55 грн та по 62,5 грн за одиницю, усього на суму 697,5 грн. По скільки коробок кожного виду придбали?
- 196.** *Старовинна грецька задача.* У Піфагора запитали: «Скільки учнів навчається у твоїй школі?». На що він відповів: «Половина всіх моїх учнів вивчає математику, чверть – музику, сьома частина мовчить, і, окрім того, є ще три жінки». Скільки учнів навчалось в школі Піфагора?
- 197.** Маса бідона з молоком становить 25 кг і ще половину його маси. Яка маса бідона з молоком?
- 4 198.**  $\frac{1}{4}$  від одного числа дорівнює  $\frac{2}{3}$  від другого. Знайдіть ці числа, якщо їх сума дорівнює 66.

- 199.** 60 % від одного числа дорівнюють 45 % від другого. Знайдіть ці числа, якщо їх сума дорівнює 210.
- 200.** Човен витратив на шлях за течією 2,5 год, а проти течії – 3,6 год. Відстань, яку проплив човен за течією, виявилася на 7,6 км меншою, ніж відстань, яку він проплив проти течії. Знайдіть власну швидкість човна, якщо швидкість течії дорівнює 2 км/год.
- 201.** Катер за течією річки плыв 1,6 год, а проти течії – 2,5 год. Відстань, яку подолав катер проти течії, виявилася на 6,2 км більшою, ніж відстань, яку подолав катер за течією. Знайдіть швидкість течії, якщо власна швидкість катера дорівнює 16 км/год.
- 202.** З пункту *A* до пункту *B* зі швидкістю 12 км/год виїхав велосипедист. Через 3 год з пункту *B* до пункту *A* виїхала мотоциклістка зі швидкістю 45 км/год. Скільки годин до зустрічі з мотоциклісткою їхав велосипедист, якщо відстань від *A* до *B* становить 235,5 км? На якій відстані від пункту *A* відбулася їхня зустріч?
- 203.** З котеджного містечка в напрямку залізничної станції зі швидкістю 14 км/год виїхала велосипедистка, а через 2 год після неї звідти ж, але в протилежному напрямку зі швидкістю 4 км/год вийшов пішохід. Через скільки годин після свого виходу пішохід буде на відстані 73 км від велосипедистки? На якій відстані від котеджного містечка в цей час він перебуватиме?
- 204.** Перший кавун на 5 кг легший за другий і утричі легший за третій. Перший і третій кавуни разом удвічі важчі за другий. Знайдіть масу кожного кавуна.
- 205.** Під час підготовки до олімпіади з математики Іван розв'язав на 3 задачі менше, ніж Оксана, і у 2 рази мен-

ше, ніж Сергій. При цьому Іван і Сергій разом розв'язали у 2,1 раза більше задач, ніж Оксана. Яку кількість задач розв'язав кожен з учнів, готуючись до олімпіади?

## Вправи для повторення

**206.** Обчисліть:

$$\begin{array}{lll} 1) -3\frac{1}{4} \cdot 3\frac{9}{13}; & 2) -3\frac{1}{7} \cdot \left(-1\frac{3}{11}\right); & 3) 5\frac{1}{3} \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right); \\ 4) -2\frac{4}{5} : 1\frac{1}{15}; & 5) -2\frac{1}{31} : \left(-31\frac{1}{2}\right); & 6) \frac{7}{9} : (-14). \end{array}$$

**207.** Скільки відсотків становить:

$$1) \text{ число } 7 \text{ від числа } 28; \quad 2) \text{ число } 2,7 \text{ від числа } 3\frac{3}{5}?$$

**208.** Поясніть, чому не мають розв'язків рівняння:

$$\begin{array}{ll} 1) 0 \cdot x = 15; & 2) x + 8 = x; \\ 3) y - 2 = y + 3; & 4) 7 - m = 2 - m; \\ 5) 0 : x = 13; & 6) 3(x + 1) = 3x. \end{array}$$

**209.** Знайдіть усі значення  $a$ , для яких рівняння  $ax = -8$  має:

$$1) \text{ додатний корінь}; \quad 2) \text{ від'ємний корінь}.$$

## Життєва математика

**210.** На автомагістралі встановлено дорожній знак, який указує, що швидкість на найближчій ділянці шляху 10 км завдовжки не має перевищувати 50 км/год. Водій подолав цю ділянку за 10 хв. Чи порушив він правила дорожнього руху на цій ділянці шляху?





## Цікаві задачі – поміркуй одначе

211. Мама, тато та двоє їхніх дітей мають переправитися човном на протилежний берег річки. Маса тата – 75 кг, мами – 60 кг, дітей – по 38 кг. Як їм скористатися човном, якщо він витримує масу до 80 кг і кожен у цій сім'ї вміє веслувати?

### ДОМАШНЯ САМОСТІЙНА РОБОТА № 1

Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей (А–Г), серед яких лише один є правильним. Оберіть правильний варіант відповіді.

- 1** 1. Коренем якого рівняння є число 8?  
А.  $x : 4 = 3$       Б.  $x - 9 = 1$       В.  $x + 7 = 15$       Г.  $2x = 10$
2. Яке з рівнянь є лінійним?  
А.  $4x^2 = 5$       Б.  $x + 7 = x^2$       В.  $3x + x^2 = 0$       Г.  $2x = 0$
3. Яке з рівнянь не має коренів?  
А.  $7x = 0$       Б.  $0x = 7$       В.  $0x = 0$       Г.  $7x = 7$
- 2** 4. Знайдіть корінь рівняння  $0,3x - 1,5 = 0$ .  
А. 5      Б. -5      В.  $\frac{1}{5}$       Г.  $-\frac{1}{5}$
5. Яке з рівнянь рівносильне рівнянню  $3x - 8 = 10$ ?  
А.  $2x = -12$       Б.  $x + 7 = 1$       В.  $5x = 30$       Г.  $x - 9 = 3$
6. На одній з полиць книжок утричі більше, ніж на іншій. Скільки книжок на цій полиці, якщо разом на двох полицях 48 книжок?  
А. 12      Б. 16      В. 30      Г. 36
- 3** 7. Укажіть рівняння, коренем якого є будь-яке число.  
А.  $12x = -8$       Б.  $2(x - 1) = 2x$   
В.  $2(x - 1) = 2x - 2$       Г.  $2x = 2x - 2$

8. Знайдіть корінь рівняння  $\frac{x+2}{5} + \frac{x-2}{10} = \frac{1}{2}$ .
- А. 0                      Б. 1                      В. 2                      Г. 5
9. Розв'яжіть рівняння  $|2x - 5| = 7$ . Якщо рівняння має один корінь, укажіть його у відповіді; якщо рівняння має більше ніж один корінь, у відповіді вкажіть їх суму.
- А. 7                      Б. 6                      В. -1                      Г. 5
- 4 10. Знайдіть найменше ціле значення  $a$ , для якого коренем рівняння  $ax = 8$  є ціле число.
- А. 4                      Б. 1                      В. -8                      Г. -16
11. Для якого значення  $a$  рівняння  $(a + 3)x = a(a - 3)$  не має розв'язків?
- А. немає таких значень  $a$                       Б. -3                      В. 0                      Г. 3
12. 80 % від одного числа дорівнюють  $\frac{2}{7}$  від другого. Знайдіть менше із цих чисел, якщо їх сума дорівнює 76.
- А. 30                      Б. 24                      В. 22                      Г. 20

*У завданні 13 потрібно встановити відповідність між інформацією, позначеною цифрами та буквами. Одна відповідь зайва.*

- 3 13. У першому кошику яблук на 6 менше, ніж у другому, й удвічі менше, ніж у третьому. Всього у трьох кошиках разом 62 яблука. Встановіть відповідність між питаннями до задачі (1–3) та відповідями до них (А–Г).

<i>Питання</i>	<i>Відповіді</i>
1. Скільки яблук у першому кошику?	А. 28 ябл.
2. Скільки яблук у другому кошику?	Б. 20 ябл.
3. Скільки яблук у третьому кошику?	В. 16 ябл.
	Г. 14 ябл.

## ЗАВДАННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ЗНАНЬ ДО §§ 1-3

- 1** 1. Чи є число 4 коренем рівняння:  
1)  $x + 7 = 10$ ;      2)  $3x = 12$ ?
2. Які з рівнянь є лінійними:  
1)  $5x = -2$ ;      2)  $x^2 = 7$ ;      3)  $7 : x = 7$ ;      4)  $0x = 0$ ?
3. Скільки коренів має рівняння:  
1)  $-3x = 5$ ;      2)  $0x = 7$ ?
- 2** 4. Розв'яжіть рівняння:  
1)  $-4x = 12$ ;      2)  $0,2x - 1,2 = 0$ .
5. Чи рівносильні рівняння:  $3x - 2 = x + 8$  і  $2(x - 3) = x - 1$ ?
6. У першому кошику удвічі більше грибів, ніж у другому. Скільки грибів у кожному кошику, якщо у двох кошиках разом 78 грибів?
- 3** 7. Розв'яжіть рівняння:  
1)  $\frac{2x + 1}{5} + \frac{3x - 2}{4} = 2$ ;      2)  $5x - (x + 5) = 4(x - 2)$ .
- 4** 8. Човен за течією плыв 3,5 год, а проти течії 4,2 год. Відстань, яку проплив човен за течією, на 9,8 км більша за відстань, яку проплив човен проти течії. Знайдіть власну швидкість човна, якщо швидкість течії дорівнює 2 км/год.

### Додаткові завдання

- 3** 9. Розв'яжіть рівняння  $|4x - 3| = 5$ .
- 4** 10. Знайдіть усі цілі значення  $a$ , для яких корінь рівняння  $ax = -6$  є цілим числом.
11. З міста до села вийшов пішохід зі швидкістю 4 км/год. Через 2 год із села до міста вирушила велосипедистка зі швидкістю 16 км/год. Скільки годин до зустрічі з пішоходом їхала велосипедистка, якщо відстань від села до міста дорівнює 38 км?





- 4** 219. Для якого значення  $a$ :
- 1) рівняння  $ax = 8$  не має коренів;
  - 2) коренем рівняння  $(a + 3)x = a + 3$  є будь-яке число?
- \*** 220. Розв'яжіть рівняння  $(a - 1)x = 8$  відносно змінної  $x$ .

### До § 3

- 1** 221. На станції техобслуговування за 3 дні відремонтували  $x$  автівок. Виразіть через  $x$  кількість відремонтованих автівок на день, якщо щодня ремонтували однакову кількість автівок.
- 2** 222. Периметр прямокутника дорівнює 36 см, причому його довжина вдвічі більша за ширину. Знайдіть сторони прямокутника та його площу.
- 3** 223. За 7 олівців і 3 ручки заплатили 50 грн 85 к. Скільки коштує один олівець, якщо він дешевший за ручку на 4 грн 95 к.?
224. У кошику було в 4 рази менше винограду, ніж у ящику. Після того як з ящика до кошика переклали 1,5 кг винограду, у кошику стало втричі менше винограду, ніж у ящику. Скільки кілограмів винограду було в кошику і скільки – у ящику спочатку?
225. За 4,5 год човен за течією річки долає таку саму відстань, як за 6 год проти течії. Знайдіть швидкість течії, якщо власна швидкість човна дорівнює 14 км/год.
226. На проміжній станції поїзд було затримано на 0,5 год. Збільшивши швидкість на 15 км/год, він через 2 год прибув на кінцеву станцію чітко за розкладом. Якою була швидкість поїзда до затримки?
- 4** 227. На двох тарілках було по 60 вареників. Після того як з першої тарілки з'їли утричі більше вареників, ніж

з другої, на ній залишилося вдвічі менше вареників, ніж на другій. По скільки вареників залишилося на кожній тарілці?

**228.** Для преміювання працівників офісу нараховано певну суму коштів. Якщо кожен отримає по 11 000 грн, то 2000 грн ще залишиться, а щоб кожен отримав по 12 000 грн, не вистачить 6000 грн. Скільки працівників у офісі та яку суму коштів нараховано для преміювання?

**\* 229.** В одній овочевій ятці запланували продати 95 кг лимонів, а у другій – 60 кг. Перша щодня продавала по 7 кг, а друга – по 6 кг. Через скільки днів лимонів у першій ятці залишиться вдвічі більше, ніж у другій?

**230.** Змішали 15-відсотковий розчин добрива з 5-відсотковим і одержали 180 г 7,5-відсоткового розчину. По скільки грамів кожного розчину взяли?



## Головне в розділі 1

### РІВНЯННЯ

**Рівнянням** називають рівність, що містить змінну.

### КОРІНЬ РІВНЯННЯ

Значення змінної, яке перетворює рівняння в правильну числову рівність, називають **коренем**, або **розв'язком, рівняння**.

**Розв'язати рівняння** – означає знайти всі його корені або довести, що коренів немає.

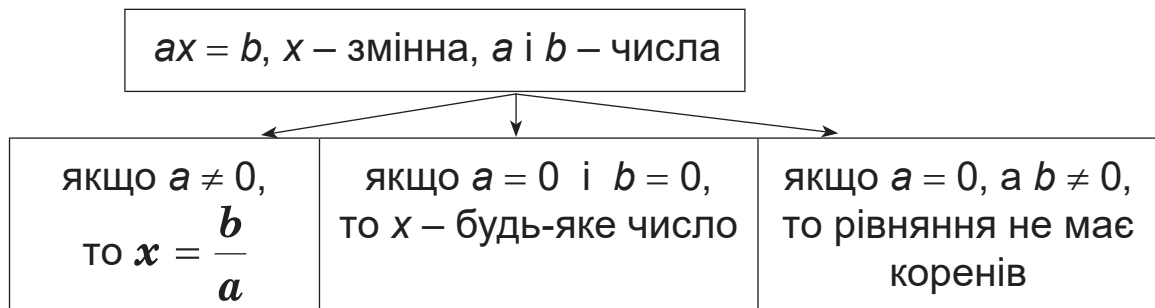
### РІВНОСИЛЬНІ РІВНЯННЯ

Два рівняння називають **рівносильними**, якщо вони мають одні й ті самі корені. Рівносильними вважають і такі рівняння, які коренів не мають.

### ЛІНІЙНЕ РІВНЯННЯ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ

Рівняння вигляду  $ax = b$ , де  $x$  – змінна,  $a$  і  $b$  – деякі числа, називають **лінійним рівнянням з однією змінною**.

### РОЗВ'ЯЗКИ ЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ



## **РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ**

Розв'язувати задачу за допомогою рівняння слід у такій послідовності:

- 1) позначити змінною одну з невідомих величин;
- 2) інші невідомі величини (якщо вони є) виразити через введену змінну;
- 3) за умовою задачі встановити співвідношення між невідомими та відомими значеннями величин і скласти рівняння;
- 4) розв'язати одержане рівняння;
- 5) проаналізувати розв'язки рівняння і знайти невідому величину, а за потреби і значення інших невідомих величин;
- 6) записати відповідь до задачі.

## РОЗДІЛ 2

### ЦІЛІ ВИРАЗИ

У ЦЬОМУ РОЗДІЛІ ВИ:

- **пригадаєте**, що таке числові й буквені вирази, їх значення; степінь, основа та показник степеня;
- **ознайомитеся** з поняттями одночлена і многочлена, тотожності, тотожно рівних виразів;
- **навчитесь** виконувати арифметичні дії з одночленами і многочленами, тотожні перетворення виразів; застосовувати формули скороченого множення і властивості степенів, розкласти многочлени на множники.

#### § 4. Вирази зі змінними.

#### Цілі раціональні вирази.

#### Числове значення виразу

#### Числові вирази та їх значення

**Числові вирази** утворюють із чисел за допомогою знаків арифметичних дій і дужок.

Наприклад, вирази  $12 \cdot 3 - 9$ ;  $1,2^3$ ;  $5\frac{1}{7} - \left(5,7 : 3 + 1\frac{7}{9}\right)$  є числовими виразами.

Число, що є результатом виконання всіх дій у числовому виразі, називають **значенням виразу**.

Наприклад,  $12 \cdot 3 - 9 = 27$ , тому 27 є значенням числового виразу  $12 \cdot 3 - 9$ .

Якщо числовий вираз містить дію, яку неможливо виконати, то кажуть, що вираз не має змісту (смислу). Наприклад, вираз  $5 : (8 : 2 - 4)$  не має змісту, бо  $8 : 2 - 4 = 0$  і наступну дію  $5 : 0$  виконати неможливо.

## Вирази зі змінними

Окрім числових виразів, у математиці розглядають вирази, що містять букви. Такі вирази ми раніше називали *буквеними*.

**Приклад 1.** Нехай потрібно знайти площу прямокутника, довжина якого дорівнює 10 см, а ширина –  $b$  см.

За формулою площі прямокутника маємо:  $S = 10b$ . Якщо, наприклад,  $b = 3$ , то  $S = 10 \cdot 3 = 30$ , а якщо  $b = 7$ , то  $S = 70$ . У виразі  $10b$  букві  $b$  можна надавати різних значень, тобто її значення можна змінювати. Відповідно буде змінюватися і значення виразу  $10b$ . Тому букву  $b$  у такому виразі називають *змінною*, а сам вираз  $10b$  – *виразом зі змінною*.

Вирази зі змінними утворюють із чисел і змінних за допомогою знаків арифметичних дій і дужок.

Наприклад, вирази  $5 + a$ ;  $2(b - 3x)$ ;  $\frac{c - 5p}{d}$  – вирази зі змінними.

Якщо замість змінних у вираз підставити певні числа, то одержимо числовий вираз. Його значення називають **числовим значенням виразу** для вибраних значень змінних.

**Приклад 2.** Знайти значення виразу:

1)  $(5 + b) : 4$ , якщо  $b = 0$ ;  $-2$ ;    2)  $\frac{a - c}{12}$ , якщо  $a = 17$ ,  $c = -5$ .

*Розв'язання.* 1) Якщо  $b = 0$ , то  $(5 + b) : 4 = (5 + 0) : 4 = 1,25$ ; якщо  $b = -2$ , то  $(5 + b) : 4 = (5 + (-2)) : 4 = 0,75$ .

2) Якщо  $a = 17$ ,  $c = -5$ , то  $\frac{a - c}{12} = \frac{17 - (-5)}{12} = \frac{22}{12} = 1\frac{5}{6}$ .

*Відповідь:* 1) 1,25; 0,75; 2)  $1\frac{5}{6}$ .

## Раціональні вирази

Вираз, який містить лише дії додавання, віднімання, множення, ділення та піднесення до степеня, називають **раціональним виразом**.

Наприклад, вирази:

$$2a - m; \quad \frac{p + 2q}{9}; \quad -\frac{2}{3}(x - 9 + y); \quad \frac{5 + x}{m}; \quad \frac{17}{x^2 - 3}; \quad a + b - \frac{1}{c}$$

є раціональними виразами.

Раціональний вираз, який не містить ділення на вираз зі змінною, називають **цілим раціональним виразом**.

Якщо в раціональному виразі є ділення на вираз зі змінною, його називають **дробовим раціональним виразом**. Три перших з вищенаведених раціональних виразів – цілі, а три останніх – дробові.

Вирази зі змінними використовують для запису формул.

Наприклад,  $s = vt$  – формула відстані,

$P = 2(a + b)$  – формула периметра прямокутника,

$n = 2k$ , де  $k$  – натуральне число, – формула парного натурального числа,

$n = 2k + 1$ , де  $k$  – натуральне число або 0 (або  $n = 2k - 1$ , де  $k$  – натуральне число), – формула непарного натурального числа,

$n = 7k$ , де  $k$  – натуральне число, – формула натурального числа, кратного числу 7.

Вирази, що не є раціональними, розглядатимемо в наступних класах.

*А ще раніше...*

Поява букв і знаків арифметичних дій у математичних записах є результатом розвитку математичної науки. У своїх працях шукане невідоме число давні єгипетські вчені називали «хау» (у перекладі – «купа»), а знаки математичних дій взагалі не вживали, записуючи все переважно словами. І хоча потреба у використанні знаків математичних дій виникла ще у Давньому Єгипті, з'явилися вони набагато пізніше. Замість знаків додавання і віднімання давні математики використовували малюнки або слова, а це призводило до громіздких записів.

Знаки арифметичних дій стали використовувати в наукових працях математиків, починаючи з XV ст. На сьогодні відомо, хто і коли запропонував деякі математичні знаки для записів. Так, знаки «+» і «–» трапляються вперше в 1489 році в праці «Арифметика» Йоганна Відмана, професора Лейпцизького університету. Знак « $\times$ » для позначення дії множення ввів англійський математик Вільям Оутред у 1631 році. Для позначення дії ділення він використовував риску («/»). Дробову риску в математичних записах (для відокремлення чисельника дроби від його знаменника) уже в 1202 році використовував Леонардо Пізанський, відомий математик середньовічної Європи. Німецький математик, фізик і філософ Готфрід Вільгельм Лейбніц (1646–1716) запропонував використовувати як знак множення крапку (« $\cdot$ »), а як знак ділення – двокрапку (« $:$ »). Це відбулося у 1693 році та в 1684 році відповідно. Знак рівності (« $=$ ») увів у 1557 році Роберт Рекорд, математик, який народився у Вельсі й довгий час був особистим лікарем королівської сім'ї Великої Британії.



*Франсуа Вієт*  
(1540–1603)

Величезний внесок у розвиток алгебраїчної символіки зробив у XVI ст. видатний французький математик Франсуа Вієт, якого називають «батьком» алгебри. Саме він став позначати буквами не тільки змінні, а й будь-які числа, зокрема коефіцієнти при змінних. Проте його символіка відрізнялася від сучасної. Замість  $x$ ,



$x^2$  і  $x^3$  Вієт писав відповідно букви  $N$  (*Numerus* – число),  $Q$  (*Quadratus* – квадрат) і  $C$  (*Cubus* – куб).

Наприклад, рівняння  $x^3 + 7x^2 - 8x = 20$  він записував так:

$1C + 7Q - 8N \text{ aequi } 20$  (*aequali* – дорівнює).

- ? Із чого утворюють числові вирази? ● Що називають значенням числового виразу? ● Що таке вираз зі змінними? ● Що називають числовим значенням виразу для вибраних значень змінних? ● Наведіть приклад числового виразу і виразу зі змінними. ● Який вираз називають цілим раціональним виразом?



## Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

**1** **231.** (Усно.) Які з поданих виразів є числовими, а які – виразами зі змінними:

- 1)  $5 + m^2 - a$ ;      2)  $(12 - 3) : 4$ ;  
3)  $\frac{5 + x}{a + b}$ ;      4)  $(0 - 8) \cdot 5 - 13$ ?

**232.** (Усно.) Які з раціональних виразів є цілими, а які – дробовими:

- 1)  $\frac{a^3 + c}{5}$ ;      2)  $\frac{5}{a^3 + c}$ ;      3)  $m + \frac{x}{7}$ ;      4)  $m + \frac{7}{x}$ ?

**233.** Випишіть окремо: числові вирази; вирази зі змінними; цілі раціональні вирази; дробові раціональні вирази:

- 1)  $5 + c$ ;      2)  $(2 - 15) \cdot 4$ ;      3)  $\frac{a + m}{p}$ ;      4)  $q^2 - 19$ ;  
5)  $7 + \frac{a}{5}$ ;      6)  $\frac{1}{4}ab$ ;      7)  $\frac{9 - 5}{11}$ ;      8)  $\frac{a^2 - b^2}{c^2}$ .

**234.** Прочитайте словами вирази зі змінними:

- 1)  $x + 7$ ;      2)  $m - a$ ;  
3)  $5ab$ ;      4)  $5 : (c + 9)$ .

**235.** Складіть і запишіть по два вирази:

- 1) зі змінною  $a$ ;
- 2) зі змінними  $x$  і  $y$ .

**236.** Складіть і запишіть по три вирази:

- 1) зі змінною  $x$ ;
- 2) зі змінними  $a$  і  $b$ .

**237.** (Усно.) Які з даних числових виразів не мають змісту:

- 1)  $(5 - 6) : 7$ ;
- 2)  $(10 - 2 \cdot 5) : 7$ ;
- 3)  $4 : (12 - 2 \cdot 6)$ ;
- 4)  $\frac{17}{15 + 5 \cdot (-3)}$ ?

**2** **238.** Знайдіть значення виразу:

1)  $5x - 3$ , якщо  $x = 1,8$ ;  $x = 2\frac{1}{5}$ ;

2)  $a^2 + 3a$ , якщо  $a = -1$ ;  $a = 0,8$ .

**239.** Знайдіть значення виразу:

1)  $5m + 2n$ , якщо  $m = -1,3$ ;  $n = 2\frac{1}{2}$ ;

2)  $a(2b - c)$ , якщо  $a = 1,5$ ;  $b = 3,2$ ;  $c = -1,4$ .

**240.** Знайдіть значення виразу:

1)  $b^2 - 4b$ , якщо  $b = -2$ ;  $b = 0,5$ ;

2)  $x^2 - y^2$ , якщо  $x = 5$ ;  $y = -3$ ; якщо  $x = 0,1$ ;  $y = 0,2$ .

**241.** Запишіть у вигляді виразу:

1) суму чисел  $b$  і  $c$ ;

2) добуток чисел  $5m$  і  $n^3$ ;

3) квадрат суми чисел  $a$  і  $9p$ ;

4) різницю квадратів чисел  $3d$  і  $7t$ .

**242.** Запишіть у вигляді виразу:

1) різницю чисел  $p$  і  $7$ ;

2) частку чисел  $a + c$  і  $d$ ;

3) суму числа  $a$  і добутку чисел  $m$  і  $n$ .

**243.** Заповніть у зошиті такі таблиці:

$m$	2	3	-1	0	-2
$n$	1	2	0	-5	-3
$2m - 3n$					

$x$	-1	0	1	2
$x^2 + 2$				
$x^2 + 2x$				

**244.** Дізнайтеся прізвище видатного українського кардіохірурга. Для цього знайдіть значення виразу в першій таблиці й перенесіть букви, що відповідають знайденим значенням, у другу таблицю.

$x$	-2	-1	0	1	2
$x^2 - 4x$					
Букви	О	А	В	М	С

5	-3	12	-4	12	0

**245.** Порівняйте суму  $a + b$  з добутком  $ab$ , якщо:

- 1)  $a = 0, b = -2$ ;
- 2)  $a = -3, b = 2$ .

**246.** Майстер за одну годину виготовляє  $x$  деталей, а його учень –  $y$  деталей. Скільки деталей вони виготовили разом, якщо майстер працював 8 год, а учень – 4 год?

**247.** (Усно.) Нехай  $a$  дм – довжина прямокутника,  $b$  дм – його ширина ( $a > b$ ). Що можуть означати вирази:

- 1)  $ab$ ;
- 2)  $2(a + b)$ ;
- 3)  $2a$ ;
- 4)  $\frac{a}{b}$ ?

**248.** Ручка коштує  $x$  грн, олівець –  $y$  грн ( $x > y$ ). Що можуть означати вирази:

- 1)  $x + y$ ;
- 2)  $3x + 4y$ ;
- 3)  $x - y$ ;
- 4)  $\frac{x}{y}$ ?

**3 249.** Запишіть у вигляді виразу час, який учень щоденно проводить у школі, якщо в нього на день  $a$  уроків по 45 хв,  $b$  перерв по 15 хв і  $c$  перерв по 10 хв. Обчисліть значення цього виразу, якщо  $a = 6$ ;  $b = 2$ ;  $c = 3$ .

**250.** Коли Марійка витягла зі своєї скарбнички всі монети, то виявилось, що там було  $x$  монет номіналом 50 к., у монет номіналом 1 грн і  $z$  монет номіналом 2 грн. Обчисліть, яку суму коштів назбирала Марійка, якщо  $x = 8$ ;  $y = 5$ ;  $z = 20$ .

**3** **251.** Спростіть вираз  $-2\frac{1}{6}x + 3,5y - 3\frac{5}{6}x - 2,5y$  та знайдіть його значення, якщо  $x = -330$ ,  $y = 16$ . Сприймаючи значення виразу як рік, пригадайте, яка визначна для України подія відбулася цього року.

**252.** Спростіть вираз  $5\frac{1}{7}a - 2,6b + 1\frac{6}{7}a + 1,6b$  та знайдіть його значення, якщо  $a = 225$ ,  $b = -40$ , відтак дізнаєтеся рік заснування Національного університету «Києво-Могилянська академія».

**253.** Складіть формулу натурального числа, яке:

- 1) кратне числу 9;
- 2) при діленні на 5 дає в остачі 1.

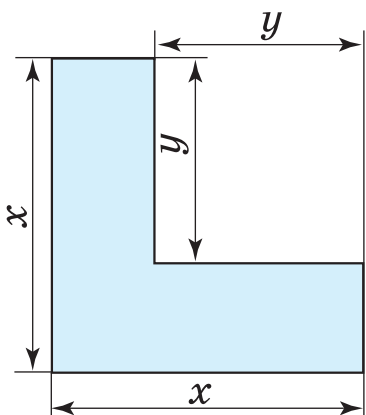
**4** **254.** Для деяких значень  $a$  і  $b$  значення виразу  $a - b$  дорівнює 2,25. Якого значення для тих самих значень  $a$  і  $b$  набуває вираз:

- 1)  $4(a - b)$ ;
- 2)  $b - a$ ;
- 3)  $\frac{1}{b - a}$ ;
- 4)  $\frac{3(a - b)}{4(b - a)}$ ?

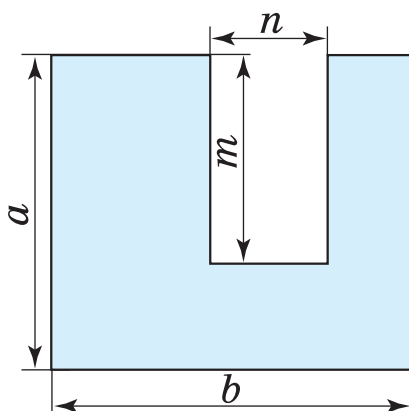
**255.** Для деяких значень  $c$  і  $d$  значення виразу  $c - d$  дорівнює  $\frac{4}{7}$ . Якого значення для тих самих значень  $c$  і  $d$  набуває вираз:

- 1)  $7(c - d)$ ;
- 2)  $d - c$ ;
- 3)  $\frac{1}{d - c}$ ;
- 4)  $\frac{5(d - c)}{4(c - d)}$ ?

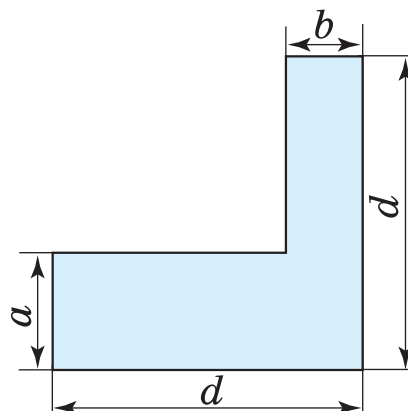
**256.** Складіть вирази для обчислення площ фігур (мал. 4.1–4.3):



Мал. 4.1



Мал. 4.2



Мал. 4.3

## Вправи для повторення

**257.** Обчисліть:

- |                                   |                                     |                                     |                 |
|-----------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------------|
| 1) $13^2$ ;                       | 2) $7^3$ ;                          | 3) $(-2,1)^2$ ;                     | 4) $(-1,1)^3$ ; |
| 5) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ ; | 6) $\left(-1\frac{1}{5}\right)^2$ ; | 7) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^3$ ; | 8) $0,2^3$ .    |

**258.** Якою цифрою закінчується значення виразу:

- |              |              |               |                       |
|--------------|--------------|---------------|-----------------------|
| 1) $132^2$ ; | 2) $271^3$ ; | 3) $2017^2$ ; | 4) $1315^2 - 115^3$ ? |
|--------------|--------------|---------------|-----------------------|

**259.** Власна швидкість катера – 26 км/год, а швидкість течії річки – 2 км/год. Знайдіть відстань між двома пристанями, якщо в одному напрямку катер долає її на 30 хв швидше, ніж у зворотному.



## Життєва математика

**260.** Військовий збір у 2023 році складав 1,5 % від доходів громадян. Протягом року заробітна плата директора магазину мобільних аксесуарів становила 14 000 грн, кожної з двох його продавчинь – по 8000 грн, а продав-

ця-консультанта – 10 000 грн на місяць. Щомісяця, крім військового збору, директор перераховував 700 грн, кожна з продавчинь – по 300 грн і консультант-продавець – 400 грн у благодійний фонд на підтримку української армії. Скільки всього коштів сплатили робітники цього магазину на потреби української армії в 2023 році?



## Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу

**261.** Спростіть вираз:

- 1)  $3a \cdot 7$ ;                      2)  $2b \cdot (-0,1)$ ;  
 3)  $-6,2a \cdot 5b$ ;                4)  $-0,2c \cdot (-0,5d)$ .

**262.** Розкрийте дужки:

- 1)  $4(b + 1)$ ;                      2)  $3(m - 2)$ ;  
 3)  $-7(c - 5)$ ;                    4)  $-10(7 + a)$ ;  
 5)  $5(-1,4 + k)$ ;                6)  $(t - 2,5) \cdot (-8)$ .



## Цікаві задачі – поміркуй одначе

**263.** Чи існує таке значення  $x$ , для якого:

- 1)  $-x \geq |x|$ ;                      2)  $x > |x|$ ?

## § 5. Тотожні вирази. Тотожність. Тотожне перетворення виразу. Доведення тотожностей

### Тотожні вирази

Знайдемо значення виразів  $2(x - 1)$  і  $2x - 2$  для деяких значень змінної  $x$  і результат запишемо в таблицю:

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$2(x - 1)$	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6
$2x - 2$	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6

З таблиці можна дійти висновку, що значення виразів  $2(x - 1)$  і  $2x - 2$  для кожного з даних значень змінної  $x$  між собою рівні. Як відомо, за розподільною властивістю множення:  $2(x - 1) = 2x - 2$ . Тому для будь-якого іншого значення змінної  $x$  значення виразів  $2(x - 1)$  і  $2x - 2$  теж будуть між собою рівними. Такі вирази називають *тотожно рівними*.

Два вирази, відповідні значення яких між собою рівні для будь-яких значень змінних, називають **тотожними**, або **тотожно рівними**.

Наприклад, тотожними є вирази  $2x + 3x$  і  $5x$ , бо для кожного значення змінної  $x$  ці вирази набувають однакових значень (це зрозуміло, адже  $2x + 3x = 5x$ ).

Розглянемо тепер вирази  $3x + 2y$  і  $5xy$ . Якщо  $x = 1$  і  $y = 1$ , то відповідні значення цих виразів рівні між собою:

$$3x + 2y = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 5; \quad 5xy = 5 \cdot 1 \cdot 1 = 5.$$

Проте можна вказати такі значення  $x$  і  $y$ , для яких значення цих виразів рівними між собою не будуть. Наприклад, якщо  $x = 2$ ;  $y = 0$ , то

$$3x + 2y = 3 \cdot 2 + 2 \cdot 0 = 6, \quad 5xy = 5 \cdot 2 \cdot 0 = 0.$$

Отже, існують такі значення змінних, для яких відповідні значення виразів  $3x + 2y$  і  $5xy$  не дорівнюють одне одному. Тому вирази  $3x + 2y$  і  $5xy$  не є тотожно рівними.

## Тотожність

Рівність, яка є правильною для будь-яких значень змінних, називають **тотожністю**.

З огляду на зазначене, тотожностями, зокрема, є рівності:  $2(x - 1) = 2x - 2$  та  $2x + 3x = 5x$ .

Тотожністю є кожна рівність, якою записано відомі властивості дій над числами. Наприклад,

$$a + b = b + a; \quad (a + b) + c = a + (b + c); \quad a(b + c) = ab + ac;$$
$$ab = ba; \quad (ab)c = a(bc); \quad a(b - c) = ab - ac.$$

Тотожностями є і такі рівності:

$$a + 0 = a; \quad a \cdot 0 = 0; \quad a \cdot (-b) = -ab;$$
$$a + (-a) = 0; \quad a \cdot 1 = a; \quad -a \cdot (-b) = ab.$$

Тотожностями також вважають правильні числові рівності, наприклад:

$$1 + 2 + 3 = 6; \quad 5^2 + 12^2 = 13^2; \quad 12 \cdot (7 - 6) = 3 \cdot 4.$$

## Тотожне перетворення виразу

Якщо у виразі  $5x + 2x - 9$  звести подібні доданки, одержимо, що  $5x + 2x - 9 = 7x - 9$ . У такому разі кажуть, що вираз  $5x + 2x - 9$  замінили тотожним йому виразом  $7x - 9$ .

Заміну виразу на тотожно рівний йому вираз називають **тотожним перетворенням виразу**.

Тотожні перетворення виразів виконують, застосовуючи властивості дій над числами. Зокрема, *тотожними перетвореннями є розкриття дужок, зведення подібних доданків* тощо. А ще тотожні перетворення виконують під час *спрощення виразу*, тобто заміни деякого виразу на тотожно рівний йому вираз, який має коротший запис.

**Приклад 1.** Спростити вираз: 1)  $-0,3m \cdot 5n$ ;

2)  $2(3x - 4) + 3(-4x + 7)$ ;      3)  $2 + 5a - (a - 2b) + (3b - a)$ .

*Розв'язання.* 1)  $-0,3m \cdot 5n = -0,3 \cdot 5mn = -1,5mn$ ;

2)  $2(3x - 4) + 3(-4x + 7) = \underline{6x} - 8 - \underline{12x} + 21 = -6x + 13 = 13 - 6x$ ;

3)  $2 + 5a - (a - 2b) + (3b - a) = 2 + \underline{5a} - \underline{a} + \underline{2b} + \underline{3b} - \underline{a} = 3a + 5b + 2$ .

*Відповідь:* 1)  $-1,5mn$ ; 2)  $13 - 6x$ ; 3)  $3a + 5b + 2$ .



## Доведення тотожностей

Щоб довести, що рівність є тотожністю (інакше кажучи, щоб *довести тотожність*), використовують тотожні перетворення виразів.

**Довести тотожність можна одним зі способів:**

**виконати тотожні перетворення її лівої частини, тим самим звівши її до вигляду правої частини;**

**виконати тотожні перетворення її правої частини, тим самим звівши її до вигляду лівої частини;**

**виконати тотожні перетворення обох її частин, тим самим звівши обидві частини до однакових виразів.**

**Приклад 2.** Довести тотожність:

$$1) 2x - (x + 5) - 11 = x - 16;$$

$$2) 20b - 4a = 5(2a - 3b) - 7(2a - 5b);$$

$$3) 2(3x - 8) + 4(5x - 7) = 13(2x - 5) + 21.$$

*Розв'язання.* 1) Перетворимо ліву частину даної рівності:

$$2x - (x + 5) - 11 = \underline{2x} - \underline{x} - 5 - 11 = x - 16.$$

Тотожними перетвореннями вираз у лівій частині рівності звели до вигляду правої частини і тим самим довели, що ця рівність є тотожністю.

2) Перетворимо праву частину рівності:

$$5(2a - 3b) - 7(2a - 5b) = \underline{10a} - \underline{15b} - \underline{14a} + \underline{35b} = 20b - 4a.$$







Тотожними перетвореннями праву частину рівності звели до вигляду лівої частини і тим самим довели, що ця рівність є тотожністю.

3) У цьому разі зручно спростити і ліву, і праву частини рівності та порівняти результати:

$$2(3x - 8) + 4(5x - 7) = \underline{6x} - 16 + \underline{20x} - 28 = 26x - 44;$$

$$13(2x - 5) + 21 = 26x - 65 + 21 = 26x - 44.$$

Тотожними перетвореннями ліву і праву частини рівності звели до одного й того самого вигляду:  $26x - 44$ . Тому ця рівність є тотожністю.

-  Які вирази називають тотожними?  Наведіть приклад тотожних виразів.  Яку рівність називають тотожністю?  Наведіть приклад тотожності.  Що називають тотожним перетворенням виразу?  Як довести тотожність?



## Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

**1** 264. (Усно.) Чи є вирази тотожно рівними:

1)  $3x + x$  і  $4x$ ;

2)  $2a + b$  і  $b + 2a$ ;

3)  $a + a + a$  і  $a^3$ ;

4)  $3(a - 2)$  і  $3a - 6$ ;

5)  $x - y$  і  $y - x$ ;

6)  $7m \cdot p$  і  $7p \cdot m$ ?

265. Чи є тотожно рівними вирази (чому?):

1)  $5m - 2m$  і  $3m$ ;

2)  $3a - 8$  і  $8 - 3a$ ;

3)  $5x + y$  і  $y + 5x$ ;

4)  $b + b$  і  $b^2$ ;

5)  $2(x - 3)$  і  $2x - 6$ ;

6)  $2a \cdot b$  і  $2a + b$ ?

266. (Усно.) Чи є тотожністю рівність:

1)  $2x + 3y = 6xy$ ;

2)  $5a - 1 = -1 + 5a$ ;

3)  $9(a - b) = 9a - 5b$ ?

267. Розкрийте дужки:

1)  $2(m - 1)$ ;    2)  $9(3x + 2)$ ;

3)  $-(a - 5)$ ;    4)  $-(-7 + 2m)$ .

268. Розкрийте дужки:

1)  $-(m - 2)$ ;    2)  $4(a + 1)$ ;    3)  $7(1 - 3p)$ ;    4)  $-(-3a + 5)$ .

**269.** Зведіть подібні доданки:

- 1)  $2a - a$ ;                      2)  $-5p + 7p$ ;  
3)  $-3b - 2b$ ;                    4)  $c - 8c$ .

**270.** Назвіть кілька виразів, тотожних виразу  $3x + 4x$ .

**2** **271.** Спростіть вираз, використовуючи переставну та сполучну властивості множення:

- 1)  $-2,5x \cdot 4$ ;                    2)  $4p \cdot (-1,5)$ ;  
3)  $0,2x \cdot (-0,3p)$ ;            4)  $-\frac{1}{7}x \cdot (-7y)$ .

**272.** Спростіть вираз:

- 1)  $-2p \cdot 3,5$ ;                    2)  $7a \cdot (-1,2)$ ;  
3)  $0,2x \cdot (-3y)$ ;                4)  $-1\frac{1}{3}m \cdot (-3n)$ .

**273.** (Усно.) Спростіть вираз:

- 1)  $2x - 9 + 5x$ ;                    2)  $7a - 3b + 2a + 3b$ ;  
3)  $-2x \cdot 3$ ;                        4)  $-4a \cdot (-2b)$ .

**274.** Зведіть подібні доданки:

- 1)  $5b - 8a + 4b - a$ ;                2)  $17 - 2p + 3p + 19$ ;  
3)  $1,8a + 1,9b + 2,8a - 2,9b$ ;    4)  $5 - 7c + 1,9p + 6,9c - 1,7p$ .

**275.** Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки:

- 1)  $4(5x - 7) + 3x + 13$ ;            2)  $2(7 - 9a) - (4 - 18a)$ ;  
3)  $3(2p - 7) - 2(p - 3)$ ;            4)  $-(3m - 5) + 2(3m - 7)$ .

**276.** Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки:

- 1)  $3(8a - 4) + 6a$ ;                    2)  $7p - 2(3p - 1)$ ;  
3)  $2(3x - 8) - 5(2x + 7)$ ;            4)  $3(5m - 7) - (15m - 2)$ .

**277.** Спростіть вираз і знайдіть його значення:

- 1)  $0,6x + 0,4(x - 20)$ , якщо  $x = 2,4$ ;  
2)  $1,3(2a - 1) - 16,4$ , якщо  $a = 10$ ;  
3)  $1,2(m - 5) - 1,8(10 - m)$ , якщо  $m = -3,7$ ;  
4)  $2x - 3(x + y) + 4y$ , якщо  $x = -1$ ,  $y = 1$ .

**278.** Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1)  $0,7x + 0,3(x - 4)$ , якщо  $x = -0,7$ ;

2)  $1,7(y - 11) - 16,3$ , якщо  $y = 20$ ;

3)  $0,6(2a - 14) - 0,4(5a - 1)$ , якщо  $a = -1$ ;

4)  $5(m - n) - 4m + 7n$ , якщо  $m = 1,8$ ;  $n = -0,9$ .

**279.** Доведіть тотожність:

1)  $-(2x - y) = y - 2x$ ;

2)  $2(x - 1) - 2x = -2$ ;

3)  $2(x - 3) + 3(x + 2) = 5x$ ;

4)  $c - 2 = 5(c + 2) - 4(c + 3)$ .

**280.** Доведіть тотожність:

1)  $-(m - 3n) = 3n - m$ ;

2)  $7(2 - p) + 7p = 14$ ;

3)  $5a = 3(a - 4) + 2(a + 6)$ ;

4)  $4(m - 3) + 3(m + 3) = 7m - 3$ .

**281.** Довжина однієї зі сторін трикутника  $a$  см, а довжина кожної з двох інших сторін на 2 см більша за неї. Запишіть у вигляді виразу периметр трикутника та спростіть цей вираз.

**282.** Ширина прямокутника дорівнює  $x$  см, а довжина на 3 см більша за ширину. Запишіть у вигляді виразу периметр прямокутника та спростіть цей вираз.

**3** **283.** Розкрийте дужки та спростіть вираз:

1)  $x - (x - (2x - 3))$ ;

2)  $5m - ((n - m) + 3n)$ ;

3)  $4p - (3p - (2p - (p + 1)))$ ;

4)  $5x - (2x - ((y - x) - 2y))$ ;

5)  $\frac{2}{3}\left(6a - \frac{3}{8}b\right) - \frac{2}{11}\left(4\frac{1}{8}a - 33b\right)$ ;

6)  $-\frac{2}{9}(2,7m - 1,5n) + \frac{5}{6}(2n - 0,48m)$ .

**284.** Розкрийте дужки та спростіть вираз:

1)  $a - (a - (3a - 1))$ ;

2)  $12m - ((a - m) + 12a)$ ;

3)  $5y - (6y - (7y - (8y - 1)))$ ;

4)  $\frac{4}{7}(2,1a - 2,8b) - \frac{4}{5}\left(1\frac{1}{2}a - 1\frac{1}{4}b\right)$ .

**285.** Доведіть тотожність:

1)  $10x - (-(5x + 20)) = 5(3x + 4)$ ;

2)  $-(-3p) - (-(8 - 5p)) = 2(4 - p)$ ;

3)  $3(a - b - c) + 5(a - b) + 3c = 8(a - b)$ .

**286.** Доведіть тотожність:

1)  $12a - (-(8a - 16)) = -4(4 - 5a)$ ;

2)  $4(x + y - t) + 5(x - t) - 4y = 9(x - t)$ .

**287.** Доведіть, що значення виразу

$$1,8(m - 2) + 1,4(2 - m) + 0,2(1,7 - 2m)$$

не залежить від значення змінної.

**288.** Доведіть, що для будь-якого значення змінної значення виразу  $a - (a - (5a + 2)) - 5(a - 8)$  дорівнює одному й тому самому числу.

**4** **289.** Доведіть, що сума трьох послідовних парних чисел ділиться на 6.

**290.** Доведіть, що якщо  $n$  – натуральне число, то значення виразу  $-2(2,5n - 7) + 2\frac{1}{3}(3n - 6)$  є парним числом.

### **Вправи для повторення**

**291.** Сплав масою 1,6 кг містить 15 % міді. Скільки кілограмів міді міститься в цьому сплаві?

**292.** Скільки відсотків становить число 20 від свого:

1) квадрата;      2) куба?

**293.** Турист 2 год йшов пішки та 3 год їхав на велосипеді. Загалом він подолав 56 км. Знайдіть, з якою швидкістю турист їхав на велосипеді, якщо вона на 12 км/год більша за швидкість, з якою він ішов пішки.



### Життєва математика

**294.** Друзі Наталя та Артем їздили на автобусну екскурсію в інше місто. На дорогу туди автобус витратив 2 год, а повернувся назад за 1 год 20 хв, бо поїхав іншою дорогою. Стежачи за спідометром автобуса, друзі помітили, що протягом поїздки швидкість автобуса була сталою, а пробіг збільшився на 200 км. Визначте довжину дороги туди і дороги назад.



### Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу

**295.** Обчисліть значення квадрата або куба:

$$\begin{array}{llll} 1) (3,1)^2; & 2) (-5)^3; & 3) \left(-\frac{1}{7}\right)^2; & 4) (0,1)^3; \\ 5) \left(\frac{1}{2}\right)^3; & 6) \left(-\frac{5}{6}\right)^2; & 7) \left(-\frac{2}{5}\right)^3; & 8) \left(1\frac{1}{2}\right)^2. \end{array}$$

**296.** Обчисліть:

$$1) (-1)^2 + (-2)^3 - 8^2; \quad 2) (3^3 - (-4)^2) \cdot 7.$$



### Цікаві задачі – поміркуй одначе

**297.** У чемпіонаті міста з футболу беруть участь 11 команд. Кожна команда грає з іншими по одному матчу. Доведіть, що в будь-який момент змагань знайдеться команда, яка до цього моменту або провела парну кількість матчів, або ще не провела жодного.

## § 6. Степінь з натуральним показником

### Степінь



Добуток кількох однакових множників можна записати у вигляді виразу, який називають **степенем**.

$$\underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}_{6 \text{ множників}} = 4^6$$

показник степеня

основа степеня

Оскільки  $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4096$ , то кажуть, що число 4096 є шостим степенем числа 4.

**Степенем числа  $a$  з натуральним показником  $n$  ( $n > 1$ )** називають добуток  $n$  множників, кожний з яких дорівнює  $a$ . **Степенем числа  $a$  з показником 1** називають саме число  $a$ .

Степінь з основою  $a$  і показником  $n$  записують так:  $a^n$ , читають: « $a$  в степені  $n$ » або « $n$ -й степінь числа  $a$ ».

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ множників}}, n > 1$$

якщо  $n = 1$ ,  
 $a^1 = a$

якщо  $n = 2$ ,  
 $a^2$  – квадрат  
числа

якщо  $n = 3$ ,  
 $a^3$  – куб числа

**Приклад 1.** Подати у вигляді степеня:

1)  $aa$ ;

2)  $bbbb$ ;

3)  $17 \cdot 17 \cdot 17$ ;

4)  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ .

*Розв'язання.*

1)  $aa = a^2$ ;

2)  $bbbb = b^4$ ;

3)  $17 \cdot 17 \cdot 17 = 17^3$ ;

4)  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^5$ .

*Відповідь:* 1)  $a^2$ ; 2)  $b^4$ ; 3)  $17^3$ ; 4)  $10^5$ .

## Піднесення до степеня

Обчислення значення степеня є арифметичною дією, яку називають **піднесенням до степеня**.

**Приклад 2.** Виконати піднесення до степеня:

1)  $2^4$ ;    2)  $0^3$ ;    3)  $(-6)^2$ ;    4)  $\left(-\frac{2}{5}\right)^3$ .

*Розв'язання.* 1)  $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ ;

2)  $0^3 = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$ ;

3)  $(-6)^2 = -6 \cdot (-6) = 36$ ;

4)  $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{8}{125}$ .

*Відповідь:* 1) 16; 2) 0; 3) 36; 4)  $-\frac{8}{125}$ .

## Знак степеня з натуральним показником $n$

З'ясуємо, який **знак степеня з натуральним показником  $n$** .

1) Якщо  $a = 0$ , то  $0^1 = 0$ ;  $0^2 = 0 \cdot 0 = 0$ ; ... . Отже,  $0^n = 0$ .

2) Якщо  $a > 0$ , то  $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n > 0$  як добуток додатних

$n$  множників

чисел. Отже,  $a^n > 0$  для будь-якого  $a > 0$ .

3) Якщо  $a < 0$ , то для непарного значення  $n$  маємо:

$a^n < 0$  (як добуток непарної кількості від'ємних множників);

для парного значення  $n$  маємо:

$a^n > 0$  (як добуток парної кількості від'ємних множників).



Отже,

якщо  $n$  – натуральне число, то

$0^n = 0$  для будь-якого  $n$ ;

$a^n > 0$  для будь-яких  $a > 0$  та  $n$ ;

$a^n < 0$  для будь-якого  $a < 0$  та непарного  $n$ ;

$a^n > 0$  для будь-якого  $a < 0$  та парного  $n$ .

## Обчислення значень виразів на кілька дій

Якщо вираз містить кілька дій, то спочатку виконують піднесення до степеня, потім множення і ділення, а вже потім – додавання і віднімання.

**Приклад 3.** Знайти значення виразу:

1)  $3 - 7 \cdot 2^3$ ;    2)  $(2 + (-3)^4)^2$ ;    3)  $((-1)^5 + (-1)^6)^8$ ;    4)  $4^3 : 2^7$ .

*Розв'язання.*

1)  $3 - 7 \cdot 2^3 = 3 - 7 \cdot 8 = 3 - 56 = -53$ ;

2)  $(2 + (-3)^4)^2 = (2 + 81)^2 = 83^2 = 6889$ ;

3)  $((-1)^5 + (-1)^6)^8 = (-1 + 1)^8 = 0^8 = 0$ ;

4)  $4^3 : 2^7 = 64 : 128 = 0,5$ .

*Відповідь:* 1)  $-53$ ; 2)  $6889$ ; 3)  $0$ ; 4)  $0,5$ .

Зверніть увагу, що під час обчислень можна також записувати кожну дію окремо.

*А ще раніше...*

Поняття степеня з натуральним показником сформувалося ще у давні часи. Квадрат числа використовували для обчислення площ, куб числа – для обчислення об'ємів. У Давньому Єгипті та Вавилоні степені деяких чисел використовували під час розв'язування окремих задач.

Французький математик Франсуа Вієт використовував букви  $N$ ,  $Q$  і  $S$  не лише для записів відповідно  $x$ ,  $x^2$  і  $x^3$ , а й для запису степенів, вищих за третій. Наприклад, четвертий степінь у його записі виглядав так:  $QQ$ .

Сучасний запис степенів запропонував видатний французький математик, фізик, філософ Рене Декарт. У своїй праці «Геометрія», датованій 1634 роком, він став записувати степені з натуральним показником так, як ми це робимо зараз:  $c^3$ ,  $c^4$ ,  $c^5$  і т. д. Проте  $c^2$  він записував як добуток:  $cc$ .



Рене Декарт  
(1596–1650)

- ?** Сформулюйте означення степеня з натуральним показником.
- Наведіть приклади степенів та назвіть їхні основу і показник.
  - Як називають другий степінь числа; третій степінь числа? ● Яким числом (додатним чи від'ємним) є степінь додатного числа; степінь від'ємного числа з парним показником; степінь від'ємного числа з непарним показником? ● У якому порядку виконують арифметичні дії в числових виразах, що містять степені?



## Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

**1** 298. Прочитайте вирази, назвіть основу і показник степеня:

- 1)  $0,7^5$ ;                      2)  $(-4)^2$ ;                      3)  $(xy)^3$ ;  
 4)  $(a - b)^5$ ;                      5)  $\left(\frac{1}{2}x^2y\right)^9$ ;                      6)  $(a^2 - b^2)^7$ .

299. Запишіть добуток у вигляді степеня:

- 1)  $0,5 \cdot 0,5$ ;                      2)  $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7)$ ;                      3)  $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8}$ ;  
 4)  $-\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$ ;                      5)  $aaaa$ ;                      6)  $(xy) \cdot (xy)$ ;  
 7)  $\underbrace{p \cdot p \cdot \dots \cdot p}_{18 \text{ множників}}$ ;                      8)  $(m - p)(m - p)(m - p)$ .

**300.** Подайте добуток у вигляді степеня:

1)  $0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8$ ;    2)  $-2 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$ ;    3)  $mmmm$ ;

4)  $(c + 3)(c + 3)$ ;    5)  $\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9}$ ;    6)  $\underbrace{aaa\dots a}_{12}$ .

МНОЖНИКІВ

**301.** Запишіть степінь у вигляді добутку однакових множників:

1)  $7^5$ ;    2)  $b^3$ ;    3)  $(x - y)^2$ ;    4)  $\left(\frac{a}{a + b}\right)^4$ .

**302.** Подайте степінь у вигляді добутку однакових множників:

1)  $9^7$ ;    2)  $c^4$ ;    3)  $(a + b)^3$ ;    4)  $\left(\frac{x}{x - m}\right)^2$ .

**303.** (Усно.) Обчисліть:

1)  $1^3$ ;    2)  $0^5$ ;    3)  $5^2$ ;    4)  $(-7)^2$ ;    5)  $(-2)^3$ ;    6)  $(-1)^8$ .

**304.** Знайдіть значення виразу:

1)  $3^2$ ;    2)  $2^3$ ;    3)  $0^2$ ;    4)  $1^7$ ;    5)  $(-1)^4$ ;    6)  $(-1)^3$ .

**2** **305.** Виконайте піднесення до степеня:

1)  $3^5$ ;    2)  $(0,7)^2$ ;    3)  $\left(\frac{1}{4}\right)^3$ ;    4)  $\left(1\frac{1}{2}\right)^5$ ;

5)  $(-7)^4$ ;    6)  $(-0,3)^3$ ;    7)  $\left(-1\frac{2}{3}\right)^2$ ;    8)  $(-0,1)^4$ .

**306.** Виконайте піднесення до степеня:

1)  $5^4$ ;    2)  $(1,5)^2$ ;    3)  $\left(\frac{2}{7}\right)^3$ ;    4)  $\left(1\frac{1}{3}\right)^4$ ;

5)  $(-3)^3$ ;    6)  $(-1,7)^2$ ;    7)  $\left(-1\frac{1}{8}\right)^3$ ;    8)  $(-0,2)^4$ .

**307.** Заповніть таблицю в зошиті:

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$2^n$										
$3^n$										

**308.** Розкладіть натуральні числа на прості множники, використавши в запису степені:

- 1) 16;      2) 27;      3) 50;  
4) 1000;    5) 99;      6) 656.

**309.** Знайдіть значення виразу:

- 1)  $-5^2$ ;      2)  $-\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ ;      3)  $-(-0,2)^4$ ;      4)  $-(-1)^{19}$ .

**310.** Обчисліть:

- 1)  $-7^3$ ;      2)  $-\left(-\frac{1}{2}\right)^2$ ;      3)  $-\left(-1\frac{1}{3}\right)^3$ ;      4)  $-(-1)^{16}$ .

**311.** Порівняйте з нулем значення виразу (відповідь запишіть у вигляді нерівності):

- 1)  $(-5,7)^2$ ;      2)  $(-12,49)^9$ ;      3)  $-53^7$ ;      4)  $-(-2)^5$ .

**312.** Порівняйте з нулем значення виразу (відповідь запишіть у вигляді нерівності):

- 1)  $(-4,7)^3$ ;      2)  $(-2,31)^4$ ;  
3)  $-(-2)^8$ ;      4)  $-(-3)^7$ .

**313.** Знайдіть значення виразу:

- 1)  $0,2 \cdot 25^2$ ;      2)  $\frac{50}{0,1^3}$ ;      3)  $-4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$ ;  
4)  $0,01 \cdot (-5)^3$ ;      5)  $\left(5 \cdot \frac{2}{15}\right)^3$ ;      6)  $\left(6 : \frac{2}{3}\right)^2$ ;  
7)  $5^2 + (-5)^4$ ;      8)  $(3,4 - 3,6)^2$ ;      9)  $(-1,8 + 4,8)^4$ .

**314.** Обчисліть:

- 1)  $0,5 \cdot 40^2$ ;      2)  $\frac{30}{0,3^3}$ ;      3)  $-5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3$ ;  
4)  $\left(-\frac{7}{8}\right)^2 \cdot 16$ ;      5)  $\left(12 : \frac{6}{7}\right)^2$ ;      6)  $\left(-3 \cdot \frac{2}{9}\right)^4$ ;  
7)  $6^2 - (-6)^3$ ;      8)  $(1,7 - 1,9)^4$ ;      9)  $(-2,5 + 8,5)^2$ .

**315.** Чи є правильними рівності:

- 1)  $3^2 + 4^2 = 5^2$ ;      2)  $4^2 + 5^2 = 6^2$ ;  
3)  $2^3 + 3^3 = 5^3$ ;      4)  $2^6 + 6^2 = 10^2$ ;  
5)  $1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2$ ;      6)  $(-5)^2 + (-12)^2 = (-13)^2$ ?

**3** **316.** Подайте числа:

- 1) 0; 4; 0,16;  $\frac{9}{25}$ ; 169;  $1\frac{24}{25}$  у вигляді квадрата;  
2) 64; -27; 0; 1;  $-\frac{1}{8}$ ;  $1\frac{91}{125}$  у вигляді куба.

**317.** Подайте числа:

- 1) 5; 125; 625 у вигляді степеня з основою 5;  
2) 100; 10 000; 10 у вигляді степеня з основою 10.

**318.** Подайте:

- 1) 8; 81; -125; -64; 0,16; 0,001;  $3\frac{3}{8}$ ;  $1\frac{11}{25}$  у вигляді квадрата або куба числа;  
2) 2; 4; 8; 256 у вигляді степеня з основою 2;  
3) 81; -27; -3 у вигляді степеня з основою -3.

**319.** Обчисліть:

- 1) суму квадратів чисел 0,6 і -0,7;  
2) квадрат суми чисел 5,7 і -6,3;  
3) різницю кубів чисел 2,3 і 2,2;  
4) куб суми чисел 8,2 і 1,8.

**320.** Знайдіть значення виразу:

1)  $\frac{1}{27}x^3$ , якщо  $x = 0; -1; 1; -3; 3$ ;

2)  $a + a^2 + a^3$ , якщо  $a = 1; -1; -2$ ;

3)  $(15x)^4$ , якщо  $x = \frac{1}{3}; -\frac{1}{5}$ ;

4)  $a^2 - b^2$ , якщо  $a = -6; b = -8$ .

**321.** Знайдіть значення виразу:

1)  $0,01a^4$ , якщо  $a = 2; -5; 10$ ;

2)  $5c^2 - 4$ , якщо  $c = 0,2; -0,1; 0$ ;

3)  $(m + n)^3$ , якщо  $m = -4, n = -1$ ;

4)  $4x^2 - x^3$ , якщо  $x = 1; -2; -3$ .

**322.** Не виконуючи обчислень, порівняйте:

1)  $-2^4$  і  $(-2)^4$ ;                      2)  $(-7)^3$  і  $(-6)^2$ ;

3)  $(-12)^8$  і  $12^8$ ;                      4)  $-5^3$  і  $(-5)^3$ .

**323.** Порівняйте значення виразів:

1)  $-x^2$  і  $(-x)^2$ , якщо  $x = 5; -3; 0$ ;

2)  $-x^3$  і  $(-x)^3$ , якщо  $x = -2; 0; 3$ .

**4** **324.** Замініть «зірочку» знаком  $>$ ,  $<$ ,  $\geq$ ,  $\leq$  так, щоб одержана нерівність була правильною для будь-яких значень змінних:

1)  $a^2 \star 0$ ;                      2)  $-b^2 \star 0$ ;                      3)  $m^2 + 3 \star 0$ ;

4)  $-p^2 - 1 \star 0$ ;                      5)  $(a - 3)^2 \star 0$ ;                      6)  $a^2 + b^2 \star 0$ ;

7)  $x^2 + y^2 + 5 \star 0$ ;                      8)  $(m - n)^2 + 1 \star 0$ ;                      9)  $-(p + 9)^2 \star 0$ .

**325.** Якого найменшого значення може набувати вираз:

1)  $a^2 + 1$ ;                      2)  $3 + (m - 3)^2$ ;                      3)  $(a + 8)^4 - 5$ ?

**326.** Якого найбільшого значення може набувати вираз:

1)  $-x^2 + 2$ ;

2)  $-(m - 2)^4 + 1$ ;

3)  $5 - (a + 9)^2$ ?



## Вправи для повторення

327. Запишіть дріб у вигляді відсотків:

- 1) 0,8;      2) 1,13;      3) 8,3;      4) 0,007.

328. Обчисліть:

$$1) \left( 9\frac{8}{15} - 7\frac{7}{15} \right) \cdot 4,5 - 2\frac{1}{6} : 0,52;$$

$$2) \frac{8}{13} \cdot (-0,1625) - \left( \frac{9}{22} + 1\frac{4}{11} \right) \cdot 1,32.$$

329. Для деяких натуральних значень  $x$  і  $y$  значення виразу  $x + 3y$  ділиться на 5. Чи ділиться на 5 значення виразу  $7x + 21y$  для тих самих значень  $x$  і  $y$ ?



## Життєва математика

330. Щоб бути здоровою, людина має щоденно вживати 3 г білків на кожні 4 кг своєї маси.

- 1) Скільки білків має містити щоденний раціон підлітка масою 48 кг?  
2) Скільки білків має містити ваш щоденний раціон?



## Цікаві задачі – поміркуй одначе

331. Доведіть ознаку подільності на 4: натуральне число ділиться на 4 тоді і тільки тоді, коли число, записане його двома останніми цифрами, ділиться на 4.

## § 7. Властивості степеня з натуральним показником

Розглянемо властивості степеня з натуральним показником.

## Множення степенів з однаковими основами

Вираз  $a^3a^2$  є добутком двох степенів з однаковими основами. Застосувавши означення степеня, цей добуток можна переписати:

$$a^3a^2 = (aaa) \cdot (aa) = aaaaa = a^5.$$

Отже,  $a^3a^2 = a^5$ , тобто  $a^5 = a^{3+2}$ . У той самий спосіб неважко перевірити, що  $x^5x^4x^2 = x^{5+4+2} = x^{11}$ . Тому *добуток степенів з однаковими основами дорівнює степеню з тією самою основою і показником, який дорівнює сумі показників множників*. Ця властивість справджується для кожного добутку степенів з однаковими основами.

Для будь-якого числа  $a$  й довільних натуральних чисел  $m$  і  $n$  справджується рівність:  $a^m a^n = a^{m+n}$ .

*Доведення.* Для  $m > 1$ ,  $n > 1$  маємо:

$$a^m a^n = \underbrace{aa \dots a}_m \cdot \underbrace{aa \dots a}_n = \underbrace{aaa \dots a}_{(m+n)} = a^{m+n}.$$

множників    множників    множників

Якщо, наприклад,  $m = 1$ ,  $n > 1$ , то

$$a \cdot a^n = a \cdot \underbrace{aa \dots a}_n = \underbrace{aaa \dots a}_{(n+1)} = a^{n+1}.$$

множників    множників

Випадки  $m > 1$ ,  $n = 1$  та  $m = 1$ ,  $n = 1$  розглядаються аналогічно.

Рівність  $a^m a^n = a^{m+n}$  називають **основною властивістю степеня**. Вона поширюється на добуток трьох і більше степенів. Наприклад:  $a^m a^n a^k = a^{m+n+k}$ .

З основної властивості степеня випливає *правило множення степенів з однаковими основами*.



Щоб помножити степені з однаковими основами, основу залишають тією самою, а показники степенів додають.

$$\text{Наприклад, } 3^7 \cdot 3^5 = 3^{7+5} = 3^{12}; \quad 7^3 \cdot 7 = 7^3 \cdot 7^1 = 7^{3+1} = 7^4;$$
$$a^7 a^2 a^3 = a^{7+2+3} = a^{12}.$$

## Ділення степенів з однаковими основами

Оскільки  $a^3 a^2 = a^5$ , то за означенням частки  $a^5 : a^3 = a^2$ , тобто  $a^2 = a^{5-3}$ . У той самий спосіб неважко пересвідчитися, що  $a^{15} : a^4 = a^{11}$ . Тому частка степенів з однаковими основами дорівнює степеню з тією самою основою і показником, який дорівнює різниці показників діленого і дільника. Ця властивість справджується для кожної частки степенів з однаковими, відмінними від нуля, основами за умови, що показник степеня діленого більший за показник степеня дільника.

Для будь-якого числа  $a \neq 0$  і довільних натуральних чисел  $m$  і  $n$ , таких, що  $m > n$ , справджується рівність:

$$a^m : a^n = a^{m-n}.$$

*Доведення.* Оскільки  $a^{m-n} \cdot a^n = a^{m-n+n} = a^m$ , тобто  $a^{m-n} a^n = a^m$ , то за означенням частки маємо  $a^m : a^n = a^{m-n}$ .

З доведеної властивості випливає *правило ділення степенів*.

Щоб поділити степінь на степінь, основи яких однакові, основу залишають тією самою, а від показника степеня діленого віднімають показник степеня дільника.

$$\text{Наприклад, } 3^{18} : 3^5 = 3^{18-5} = 3^{13}; \quad m^9 : m = m^9 : m^1 = m^{9-1} = m^8.$$

## Піднесення степеня до степеня

Вираз  $(a^7)^3$  – степінь, основа якого є степенем. Цей вираз можна подати у вигляді степеня з основою  $a$ :

$$(a^7)^3 = a^7 \cdot a^7 \cdot a^7 = a^{7+7+7} = a^{7 \cdot 3} = a^{21}.$$

У той самий спосіб можна пересвідчитися, що  $((x^7)^3)^2 = x^{42}$ . Тобто *ступінь при піднесенні до степеня дорівнює степе-ню з тією самою основою і показником, що дорівнює добут-ку показників даних степенів.*

Для будь-якого числа  $a$  і довільних натуральних чисел  $m$  і  $n$  справджується рівність:  $(a^m)^n = a^{mn}$ .

$$\text{Доведення. } (a^m)^n = \underbrace{a^m a^m \cdot \dots \cdot a^m}_{n \text{ множників}} = a^{\overbrace{m+m+\dots+m}^n} = a^{mn}.$$

З доведеної властивості випливає *правило піднесення степеня до степеня.*

Щоб піднести степінь до степеня, основу залишають тією самою, а показники степенів перемножують.

$$\begin{aligned} \text{Наприклад, } (4^5)^4 &= 4^{5 \cdot 4} = 4^{20}; & (a^8)^{11} &= a^{8 \cdot 11} = a^{88}; \\ ((p^3)^2)^5 &= (p^{3 \cdot 2})^5 = (p^6)^5 = p^{6 \cdot 5} = p^{30}. \end{aligned}$$

## Піднесення добутку до степеня

Вираз  $(ab)^3$  є степенем добутку множників  $a$  і  $b$ . Цей вираз можна подати у вигляді добутку степенів  $a$  і  $b$ :

$$(ab)^3 = ab \cdot ab \cdot ab = (aaa) \cdot (bbb) = a^3 b^3.$$

$$\text{Отже, } (ab)^3 = a^3 b^3.$$

Так само підносять до степеня будь-який добуток.

Для будь-яких чисел  $a$  і  $b$  та довільного натурального числа  $n$  справджується рівність:  $(ab)^n = a^n b^n$ .

*Доведення.*

$$(ab)^n = \underbrace{(ab) \cdot (ab) \cdot \dots \cdot (ab)}_{n \text{ множників}} = \underbrace{(aa \cdot \dots \cdot a)}_{n \text{ множників}} \cdot \underbrace{(bb \cdot \dots \cdot b)}_{n \text{ множників}} = a^n b^n.$$

Ця властивість степеня поширюється на степінь добутку з трьох і більше множників.

Наприклад,

$$(mpk)^n = m^n p^n k^n; \quad (abcd)^n = a^n b^n c^n d^n \text{ тощо.}$$

Маємо *правило піднесення добутку до степеня*.

Щоб піднести добуток до степеня, потрібно піднести до цього степеня кожний з множників і отримані результати перемножити.

Наприклад,  $(7ab)^2 = 7^2 a^2 b^2 = 49a^2 b^2$ ;

$$(-2xy)^3 = (-2)^3 x^3 y^3 = -8x^3 y^3.$$

## Застосування властивостей степеня до розв'язування вправ

Маємо:

$$a^m a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$a^{m+n} = a^m a^n$$

$$a^{m-n} = a^m : a^n$$

$$a^{mn} = (a^m)^n = (a^n)^m$$

$$a^n b^n = (ab)^n$$

Розглянемо, як можна спрощувати та перетворювати вирази, що містять степені, обчислювати їхні значення та порівнювати.

**Приклад 1.** Спростити вираз  $(a^2)^3 \cdot (a^4a)^6$ .

*Розв'язання.*  $(a^2)^3 \cdot (a^4a)^6 = a^6 \cdot (a^5)^6 = a^6 a^{30} = a^{36}$ .

*Відповідь:*  $a^{36}$ .

**Приклад 2.** Обчислити:

1)  $0,7^{13} : 0,7^{11}$ ;

2)  $3^5 \cdot 9^2 : 27^2$ ;

3)  $2^7 \cdot 0,5^8$ .

*Розв'язання.* 1)  $0,7^{13} : 0,7^{11} = 0,7^2 = 0,49$ .

2) Подамо  $9^2$  і  $27^2$  у вигляді степеня з основою 3, матимемо:

$9^2 = (3^2)^2$ ,  $27^2 = (3^3)^2$ . Отже,

$3^5 \cdot 9^2 : 27^2 = 3^5 \cdot (3^2)^2 : (3^3)^2 = 3^5 \cdot 3^4 : 3^6 = 3^9 : 3^6 = 3^3 = 27$ .

3) Оскільки  $0,5^8 = 0,5^7 \cdot 0,5$ , маємо:

$2^7 \cdot 0,5^8 = 2^7 \cdot 0,5^7 \cdot 0,5 = (2 \cdot 0,5)^7 \cdot 0,5 = 1^7 \cdot 0,5 = 1 \cdot 0,5 = 0,5$ .

*Відповідь:* 1) 0,49; 2) 27; 3) 0,5.

**Приклад 3.** Подати у вигляді степеня вираз:

1)  $25a^2b^4$ ;      2)  $-64p^6$ .

*Розв'язання.*

1)  $25a^2b^4 = 5^2a^2(b^2)^2 = (5ab^2)^2$ ;


2)  $-64p^6 = (-4)^3(p^2)^3 = (-4p^2)^3$ .

*Відповідь:* 1)  $(5ab^2)^2$ ; 2)  $(-4p^2)^3$ .

**Приклад 4.** Порівняти значення виразів  $7^{40}$  і  $48^{20}$ .

*Розв'язання.* Оскільки  $7^{40} = (7^2)^{20} = 49^{20}$  і  $49^{20} > 48^{20}$ , то  $7^{40} > 48^{20}$ .

*Відповідь:*  $7^{40} > 48^{20}$ .

 Сформулюйте основну властивість степеня. ● Сформулюйте правила множення степенів, ділення степенів, піднесення степеня до степеня та піднесення добутку до степеня і запам'ятайте відповідні формули.



## Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

- 1** **332.** (Усно.) Які з рівностей правильні:  
1)  $a^3 \cdot a^5 = a^{15}$ ;      2)  $a^2 a^8 = a^{10}$ ;      3)  $b^{20} : b^4 = b^5$ ;  
4)  $b^6 : b^2 = b^4$ ;      5)  $(a^5)^7 = a^{35}$ ;      6)  $(a^3)^4 = a^7$ ?
- 333.** (Усно.) Подайте добуток у вигляді степеня:  
1)  $a^7 a^3$ ;      2)  $b^5 b$ ;      3)  $7^8 \cdot 7^{13}$ ;      4)  $5 \cdot 5^{11}$ .
- 334.** Запишіть добуток у вигляді степеня:  
1)  $x^5 x^7$ ;      2)  $a^2 a^8$ ;      3)  $m^3 m$ ;      4)  $2^9 \cdot 2^{30}$ .
- 335.** Подайте добуток у вигляді степеня:  
1)  $p^2 p^4$ ;      2)  $c^9 c^3$ ;      3)  $4 \cdot 4^{16}$ ;      4)  $c^7 c^2$ .
- 336.** (Усно.) Представте частку у вигляді степеня:  
1)  $a^7 : a^2$ ;      2)  $3^{14} : 3^{11}$ ;      3)  $c^8 : c$ ;      4)  $12^{14} : 12^{13}$ .
- 337.** Запишіть частку у вигляді степеня:  
1)  $b^5 : b^3$ ;      2)  $m^{12} : m^5$ ;      3)  $t^6 : t$ ;      4)  $x^{10} : x^9$ .
- 338.** Подайте частку у вигляді степеня:  
1)  $m^9 : m^5$ ;      2)  $a^{10} : a^5$ ;      3)  $9^7 : 9$ ;      4)  $m^{14} : m^{13}$ .
- 339.** (Усно.) Подайте у вигляді степеня:  
1)  $(x^3)^7$ ;      2)  $(3^{10})^4$ ;      3)  $(c^2)^5$ ;      4)  $(9^7)^{11}$ .
- 340.** Подайте у вигляді степеня:  
1)  $(m^3)^5$ ;      2)  $(a^5)^7$ ;      3)  $(9^3)^8$ ;      4)  $(10^4)^2$ .
- 341.** Подайте у вигляді степеня:  
1)  $(a^4)^5$ ;      2)  $(c^7)^2$ ;      3)  $(9^2)^{15}$ ;      4)  $(18^{14})^2$ .
- 2** **342.** Запишіть вираз  $x^{12}$  у вигляді добутку двох степенів, один з яких дорівнює:  
1)  $x^3$ ;      2)  $x^6$ ;      3)  $x^9$ ;      4)  $x^{11}$ .
- 343.** Запишіть степінь у вигляді добутку двох степенів з однаковими основами:  
1)  $m^7$ ;      2)  $c^{12}$ ;      3)  $5^{17}$ ;      4)  $p^8$ .

**344.** Подайте добуток у вигляді степеня:

1)  $(-7)^3 \cdot (-7)^4 \cdot (-7)$ ;

2)  $aa^5a^{11}$ ;

3)  $bbbb^9$ ;

4)  $(x - y)^3(x - y)^{12}$ ;

5)  $14^7 \cdot 14^5 \cdot 14^9$ ;

6)  $\left(3\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^4$ .

**345.** Запишіть у вигляді степеня вираз:

1)  $12^3 \cdot 12^9 \cdot 12$ ;

2)  $ppp^7p$ ;

3)  $(a + b)^3(a + b)^5$ ;

4)  $\left(1\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^6$ .

**346.** Обчисліть значення виразу, використовуючи властивості степеня і таблицю степенів з основами 2 і 3 (див. № 307 на с. 77):

1)  $2^3 \cdot 2^4$ ;

2)  $3^6 : 3$ ;

3)  $3 \cdot 3^3 \cdot 3^4$ ;

4)  $2^9 : 2^3$ .

**347.** Виконайте піднесення до степеня:

1)  $(xy)^9$ ;

2)  $(abc)^7$ ;

3)  $(0,1a)^3$ ;

4)  $(2xy)^4$ ;

5)  $(-2a)^5$ ;

6)  $(-0,3a)^2$ ;

7)  $(-4ab)^3$ ;

8)  $\left(-\frac{2}{3}axz\right)^4$ .

**348.** Запишіть степінь у вигляді добутку степенів або добутку числа і степенів:

1)  $(ab)^5$ ;

2)  $(2p)^4$ ;

3)  $(-5ax)^3$ ;

4)  $\left(-\frac{3}{4}ac\right)^4$ ;

5)  $(-0,1m)^3$ ;

6)  $(-0,07mx)^2$ .

**349.** Знайдіть значення виразу:

1)  $6^{18} : 6^{16}$ ;

2)  $0,3^8 : 0,3^5$ ;

3)  $\frac{4,92^{10}}{4,92^9}$ ;

4)  $\frac{10^8}{10^5}$ ;

5)  $\left(-\frac{1}{4}\right)^{10} : \left(-\frac{1}{4}\right)^7$ ;

6)  $\left(1\frac{1}{2}\right)^{12} : \left(1\frac{1}{2}\right)^8$ .

**350.** Обчисліть:

1)  $9^{10} : 9^8$ ;

2)  $\frac{0,4^{17}}{0,4^{14}}$ ;

3)  $\left(-1\frac{1}{9}\right)^{15} : \left(-1\frac{1}{9}\right)^{13}$ ;

4)  $\frac{\left(1\frac{1}{3}\right)^{12}}{\left(1\frac{1}{3}\right)^8}$ .

**351.** Знайдіть значення виразу:

1)  $\frac{8^{12} \cdot 8^3}{8^{13}}$ ;

2)  $\frac{4^8}{4 \cdot 4^6}$ ;

3)  $\frac{(-3)^5 \cdot (-3)^7}{(-3)^{10}}$ ;

4)  $\frac{(0,2)^7 \cdot (0,2)^5}{(0,2)^3 \cdot (0,2)^6}$ .

**352.** Обчисліть:

1)  $5^4 \cdot 5^{12} : 5^{13}$ ;

2)  $\frac{37^{12}}{37^5 \cdot 37^6}$ ;

3)  $\frac{6^{17} \cdot 6^8}{6^{22}}$ ;

4)  $\frac{(0,7)^3 \cdot (0,7)^{16}}{(0,7)^{12} \cdot (0,7)^5}$ .

**353.** Спростіть вираз, використовуючи правила множення і ділення степенів:

1)  $a^7 \cdot a^9 : a^3$ ;

2)  $b^9 : b^5 : b^3$ ;

3)  $m^{12} : m^7 \cdot m$ ;

4)  $p^{10} : p^9 \cdot p^3$ .

**354.** Запишіть вираз у вигляді степеня:

1)  $(a^3)^4 \cdot a^8$ ;

2)  $((a^7)^2)^3$ ;

3)  $(b^3)^2 : b^4$ ;

4)  $(a^4)^5 \cdot (a^7)^2$ .

**355.** Подайте вираз у вигляді степеня:

1)  $(b^3)^4 \cdot b^7$ ;

2)  $((x^4)^5)^6$ ;

3)  $(c^3)^8 : c^{10}$ ;

4)  $(m^3)^5 \cdot (m^2)^7$ .

- 356.** Запишіть вираз у вигляді степеня з основою  $mn$ :
- 1)  $m^9n^9$ ;      2)  $m^7n^7$ ;      3)  $m^2n^2$ ;      4)  $m^{2015}n^{2015}$ .
- 357.** Подайте вираз у вигляді степеня з основою  $ab$ :
- 1)  $a^5b^5$ ;      2)  $a^3b^3$ ;      3)  $a^{18}b^{18}$ ;      4)  $a^{2016}b^{2016}$ .
- 3** **358.** Запишіть добуток у вигляді степеня:
- 1)  $a^4b^4$ ;      2)  $49a^2x^2$ ;      3)  $0,001a^3b^3$ ;      4)  $-8p^3$ ;  
 5)  $-32a^5b^5$ ;      6)  $-a^7b^7c^7$ ;      7)  $\frac{1}{27}x^3y^3$ ;      8)  $-\frac{64}{125}p^3q^3$ .
- 359.** Знайдіть значення  $x$ , для якого справджується рівність:
- 1)  $3^5 \cdot 3^2 = 3^{5+x}$ ;      2)  $2^7 \cdot 2^8 = 2^{1+x}$ ;  
 3)  $4^x \cdot 4^5 = 4^8$ ;      4)  $9^8 : 9^x = 9^5$ .
- 360.** Знайдіть значення  $x$ , для якого справджується рівність:
- 1)  $1,8^9 : 1,8 = 1,8^{9-x}$ ;      2)  $19^x : 19^7 = 19^9$ ;      3)  $4^{12} : 4^x = 4^7$ .
- 361.** Замініть «зірочку» степенем з основою  $p$ , де  $p \neq 0$ , таким, щоб рівність стала тотожністю:
- 1)  $p^7 : \star = p^3$ ;      2)  $\star : p^5 = p^9$ ;  
 3)  $p^9 : \star \cdot p^3 = p^7$ ;      4)  $\star : p^9 \cdot p^4 = p^{10}$ .
- 362.** Замініть «зірочку» степенем з основою  $a$  таким, щоб рівність стала тотожністю:
- 1)  $a^2 \cdot \star = a^7$ ;      2)  $a^8 \cdot \star = a^9$ ;      3)  $a^4 \cdot \star \cdot a^7 = a^{19}$ .
- 363.** Подайте вираз:
- 1)  $8^7$ ;  $(16^3)^5$  у вигляді степеня з основою 2;  
 2)  $25^3$ ;  $625^7$  у вигляді степеня з основою 5.
- 364.** Подайте вираз:
- 1)  $9^7$ ;  $(81^3)^5$  у вигляді степеня з основою 3;  
 2)  $100^4$ ;  $1000^9$  у вигляді степеня з основою 10.
- 365.** Обчисліть, використовуючи властивості степенів:
- 1)  $256 : 2^5$ ;      2)  $243 : 3^4 \cdot 9$ ;      3)  $\frac{125^3 \cdot 5^2}{5^3 \cdot 25}$ ;      4)  $\frac{100 \cdot 10^7}{10^5 \cdot 1000}$ .



**366.** Подайте у вигляді степеня ( $n$  – натуральне число):

1)  $x^5 x^n$ ;

2)  $x^8 : x^n, n < 8$ ;

3)  $x^n : (x^8 \cdot x^9), n > 17$ ;

4)  $x^{2n} : x^n \cdot x^{3n+1}$ ;

5)  $((x^n)^3)^5$ ;

6)  $(-x^4)^{2n}$ .

**367.** Знайдіть значення виразу:

1)  $5^3 \cdot 2^3$ ;

2)  $\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot 20^2$ ;

3)  $0,2^{13} \cdot 5^{13}$ ;

4)  $(1,5)^7 \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^7$ ;

5)  $0,5^7 \cdot 2^8$ ;

6)  $\left(1\frac{1}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8$ .

**368.** Обчисліть:

1)  $0,25^7 \cdot 4^7$ ;

2)  $\left(\frac{1}{7}\right)^5 \cdot 14^5$ ;

3)  $\left(1\frac{1}{8}\right)^9 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{10}$ ;

4)  $1,5^7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^9$ .

**369.** Знайдіть значення виразу, використовуючи властивості степенів:

1)  $\frac{9^5}{3^7}$ ;

2)  $\frac{8^7}{4^8}$ ;

3)  $\frac{27^3 \cdot 9^4}{81^3}$ ;

4)  $\frac{25^4 \cdot 125^{10}}{5^{36}}$ .

**4** **370.** Знайдіть значення виразу:

1)  $\frac{5^7 \cdot 7^8}{35^7}$ ;

2)  $\frac{2^{17} \cdot 3^6}{24^5}$ ;

3)  $\frac{36^7}{2^{12} \cdot 3^{10}}$ ;

4)  $\frac{27^3}{18^4}$ .

**371.** Обчисліть:

1)  $\frac{7^9 \cdot 49^8}{343^8}$ ;

2)  $\frac{6^{12}}{2^{10} \cdot 3^{11}}$ ;

3)  $\frac{2^8 \cdot 5^7}{100^3}$ ;

4)  $\frac{36^5}{24^6}$ .

**372.** Порівняйте значення виразів:

1)  $6^{10}$  і  $36^5$ ;

2)  $10^{20}$  і  $20^{10}$ ;

3)  $5^{14}$  і  $26^7$ ;

4)  $2^{3000}$  і  $3^{2000}$ .

## Вправи для повторення

373. Спростіть вираз:

1)  $5,2 \cdot 6a$ ;

2)  $-4,5b \cdot 8$ ;

3)  $-5x \cdot (-12)$ ;

4)  $\frac{2}{3}m \cdot \frac{3}{4}k$ ;

5)  $1\frac{1}{3}x \cdot \left(-1\frac{2}{7}y\right)$ ;

6)  $-1,8a \cdot (-b) \cdot 5c$ .

374. Вартість деякого товару становила 80 грн. Спочатку її знизили на 15 %, а потім підвищили на 10 %. Знайдіть:

1) вартість товару після зниження;

2) вартість товару після підвищення;

3) як саме і на скільки гривень змінилася вартість товару;

4) як саме і на скільки відсотків змінилася вартість товару.

375. Нехай  $a + b = 5$  і  $c = -2$ . Знайдіть значення виразу:

1)  $a + b - c$ ;

2)  $a - 2c + b$ ;

3)  $\frac{a + b + c}{c}$ ;

4)  $c(a + b - 4c)$ .

376. Спростіть вираз  $1,7\left(1\frac{1}{5}a - 4b\right) - 1,5(1,2b - a)$  і знайдіть

його значення, якщо  $a = 5$ ;  $b = -10$ .



## Життєва математика

377. Студент-художник Максим отримав свій перший гонорар у розмірі 4000 грн за написану картину. Із цього приводу він вирішив привітати букетом троянд свою викладачку мистецтва Ларису Василівну. Яку найбільшу кількість троянд зможе придбати Максим, якщо витратить на букет половину тієї суми, яку отримає після вирахування з гонорару прибуткового податку в розмірі 18 % та 1,5 % військового збору, за умови, що одна троянда коштує 100 грн і букет має містити непарну кількість квітів?





## Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу

378. Запишіть коефіцієнт буквенного виразу:

1)  $5c$ ;                      2)  $-2a$ ;                      3)  $0,17kb$ ;

4)  $-\frac{1}{3}m$ ;                      5)  $acx$ ;                      6)  $-ad$ .



## Цікаві задачі – поміркуй одначе

379. Дано п'ять різних додатних чисел, які можна розбити на дві групи так, щоб суми чисел у кожній з груп були однаковими. Скількома способами це можна зробити?

## § 8. Одночлен. Стандартний вигляд одночлена

### Одночлен

Розглянемо вирази:  $7$ ;  $-\frac{8}{11}$ ;  $a^9$ ;  $-b$ ;  $7b^2m$ ;  $4a^2 \cdot (-5)ac$ .

Це – числа, змінні, їхні степені й добутки. Такі вирази називають **одночленами**.

Цілі вирази – числа, змінні, їхні степені й добутки – називають **одночленами**.

Вирази  $a + b^2$ ;  $c^3 - 5m$ ;  $0,9a^2 : m$  не є одночленами, оскільки містять дії додавання, віднімання, ділення.

### Одночлен стандартного вигляду

Спростимо одночлен  $4a^2 \cdot (-5)ac$ , використавши переставну та сполучну властивості множення:

$$4a^2 \cdot (-5)ac = 4 \cdot (-5)a^2ac = -20a^3c.$$

Звівши одночлен  $4a^2 \cdot (-5)ac$  до вигляду  $-20a^3c$ , кажуть, що звели його до **стандартного вигляду**.

Якщо одночлен є добутком, що має один числовий множник, записаний на першому місці, а інші множники є степенями різних змінних, то такий одночлен називають **одночленом стандартного вигляду**.

Одночлени  $5$ ;  $-9$ ;  $b$ ;  $-p^3$  – теж одночлени стандартного вигляду.

### Коефіцієнт і степінь одночлена

Очевидно, що до стандартного вигляду можна звести будь-який одночлен. Числовий множник одночлена стандартного вигляду називають **коефіцієнтом** цього одночлена.

Наприклад, коефіцієнтом одночлена  $-20a^3c$  є число  $-20$ , а коефіцієнтом одночлена  $\frac{7}{11}b^9$  – число  $\frac{7}{11}$ .

Якщо одночлен має коефіцієнт  $1$ , то його не записують

$$1 \cdot c^2d = c^2d$$

Якщо одночлен має коефіцієнт  $-1$ , то записують лише знак «мінус»

$$-1 \cdot p^7 = -p^7$$

**!** Для кожного одночлена можна вказати його степінь.

**Степенем одночлена** називають суму показників степенів усіх змінних, які він містить. Якщо одночлен не містить змінних (тобто є числом), то вважають, що його степінь дорівнює нулю.

Наприклад, одночлен  $4a^2b^7c^3$  – це одночлен 12-го степеня, адже  $2 + 7 + 3 = 12$ ;  $m^7n$  – одночлен 8-го степеня, адже  $7 + 1 = 8$ ;  $-5a^4$  – одночлен 4-го степеня;  $5m$  – одночлен 1-го степеня.

Якщо одночлен не містить змінних, то є одночленом 0-го степеня. Так, наприклад, одночлен  $-7$  є одночленом 0-го степеня.

**?** Який вираз називають одночленом? **•** Який вигляд одночлена називають стандартним виглядом? **•** Наведіть приклад одночлена стандартного вигляду та назвіть його коефіцієнт. **•** Що називають степенем одночлена?



### Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

**1**

**380.** (Усно.) Які з виразів є одночленами:

1)  $4,5a^2b$ ;                      2)  $-0,45mrc$ ;                      3)  $a^2 - 9$ ;

4)  $p \cdot (-0,2)$ ;                      5)  $a^2am$ ;                      6)  $\left(-\frac{2}{3}p + 7\right)m$ ;

7)  $x - y$ ;                      8)  $c^{12} : c^3$ ;                      9)  $5(m + p)^7$ ;

10)  $-m$ ;                      11)  $-4,9$ ;                      12)  $0$ ?

**381.** (Усно.) Назвіть одночлени стандартного вигляду та їхні коефіцієнти:

1)  $5xy$ ;                      2)  $-4ama$ ;                      3)  $9a^2ba^3b$ ;

4)  $-a^7b^3$ ;                      5)  $0,2a \cdot 3b$ ;                      6)  $-2xyt$ ;

7)  $x^9c^7$ ;                      8)  $17$ ;                      9)  $4 \cdot 7b$ .

**382.** Які з виразів є одночленами? Серед одночленів укажіть ті, які записано у стандартному вигляді:

1)  $5a \cdot 3b$ ;                      2)  $-7x^2y$ ;                      3)  $a^2 - a + 1$ ;                      4)  $x \cdot xy \cdot 7$ ;

5)  $\left(\frac{1}{3}a - 1\right) \cdot 5$ ;                      6)  $-m^2$ ;                      7)  $12 + m$ ;                      8)  $-145$ ;

9)  $4(x - y)^2$ ;                      10)  $p^{18}$ ;                      11)  $1 : x$ ;                      12)  $-xytm$ .



**389.** Знайдіть:

1) значення  $a$ , для якого значення одночлена  $-0,6a$  дорівнює 0;  $-3$ ;  $12$ ;  $-300$ ;

2) пару значень  $x$  і  $y$ , для яких значення одночлена  $12xy$  дорівнює  $15$ ;  $-120$ ;  $0$ .

**390.** (Усно.) Чи є правильним твердження? У разі ствердної відповіді обґрунтуйте її; якщо відповідь заперечна – наведіть приклад, що спростовує твердження.

1) Одночлен  $7m^2$  для будь-яких значень  $m$  набуває додатних значень;

2) одночлен  $\frac{1}{16}p^4$  для будь-яких значень  $p$  набуває невід'ємних значень;

3) одночлен  $-12a^2$  для будь-яких значень  $a$  набуває від'ємних значень;

4) одночлен  $8b^3$  для будь-яких значень  $b$  набуває додатних значень.

**391.** Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда, висота якого дорівнює  $x$  см, ширина у 3 рази більша за висоту, а довжина у 2 рази більша за ширину.

**392.** Ширина прямокутника дорівнює  $b$  дм, а довжина втричі більша за ширину. Знайдіть площу прямокутника.



### Вправи для повторення

**393.** Розкрийте дужки та спростіть вираз:

1)  $3(12x - 5) + 4x$ ;

2)  $7(a - 1) - 7a + 13$ ;

3)  $4,2(x - y) + 3,5(x + y)$ ;

4)  $12 - 5(1 - x) - 5x$ .

**394.** Серед виразів  $3(y - x)$ ,  $-3(x - y)$ ,  $-3x - 3y$ ,  $-3x + 3y$  знайдіть ті, що тотожно рівні виразу  $3y - 3x$ .



## Життєва математика

**395.** Подружжя, Леонід та Оксана, відкрили депозити по 100 000 грн кожний і домовилися через рік порівняти отримані від цих депозитів прибутки. Леонід відкрив депозит у банку, що нараховує 4 % щоквартально, а Оксана – у банку, що приймає кошти під 17 % річних. Чий прибуток через рік виявиться більшим і на скільки?



## Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу

**396.** Спростіть вираз:

1)  $-4a \cdot (-0,5b)$ ;

2)  $10c \cdot 0,1d$ ;

3)  $0,25y \cdot (-40x)$ ;

4)  $4c \cdot (-2a) \cdot (-3b)$ .



## Цікаві задачі – поміркуй одначе

**397.** *Задача Стенфордського університету.* Щоб пронумерувати всі сторінки книжки, друкар використав 1890 цифр. Скільки сторінок у цій книжці?

## § 9. Множення одночленів. Піднесення одночлена до степеня

### Множення одночленів

Під час *множення одночленів* використовують властивості множення та правило множення степенів з однаковими основами.

**Приклад 1.** Перемножити одночлени  $-3x^3y^7$  і  $5x^2y$ .

*Розв'язання.*  $-3x^3y^7 \cdot 5x^2y = (-3 \cdot 5)(x^3x^2)(y^7y) = -15x^5y^8$ .

*Відповідь:*  $-15x^5y^8$ .



Добутком будь-яких одночленів є одночлен, який зазвичай подають у стандартному вигляді. Аналогічно до прикладу 1 можна множити три і більше одночлени.

**Приклад 2.** Знайти добуток одночленів

$$-\frac{1}{2}a^2b \cdot \frac{2}{3}ab^7 \cdot (-6a^7b^{13}).$$

*Розв'язання.*

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}a^2b \cdot \frac{2}{3}ab^7 \cdot (-6a^7b^{13}) &= \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot (-6)\right) \cdot (a^2aa^7)(bb^7b^{13}) = \\ &= 2a^{10}b^{21}. \end{aligned}$$

*Відповідь:*  $2a^{10}b^{21}$ .

## Піднесення одночлена до степеня

Під час піднесення одночлена до степеня використовують властивості степенів.

**Приклад 3.** Піднести одночлен:

- 1)  $-2x^2y$  до куба;
- 2)  $-p^7m^2$  до четвертого степеня.

*Розв'язання.*

- 1)  $(-2x^2y)^3 = (-2)^3(x^2)^3y^3 = -8x^6y^3$ ;
- 2)  $(-p^7m^2)^4 = (-1)^4(p^7)^4(m^2)^4 = p^{28}m^8$ .

*Відповідь:* 1)  $-8x^6y^3$ ; 2)  $p^{28}m^8$ .

Результатом піднесення одночлена до степеня є одночлен, який зазвичай записують у стандартному вигляді.

Розглянемо ще кілька прикладів.

**Приклад 4.** Спростити вираз  $\left(-\frac{2}{3}xy^5\right)^3 \cdot 18x^5y$ .


Розв'язання.  $\left(-\frac{2}{3}xy^5\right)^3 \cdot 18x^5y = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot x^3(y^5)^3 \cdot 18x^5y =$   
 $= \left(-\frac{8}{27} \cdot 18\right)(x^3x^5) \cdot (y^{15}y) = -5\frac{1}{3}x^8y^{16}.$

Відповідь:  $-5\frac{1}{3}x^8y^{16}.$

**Приклад 5.** Подати одночлен  $16m^8p^{10}$  у вигляді квадрата одночлена стандартного вигляду.

Розв'язання. Оскільки  $16 = 4^2$ ,  $m^8 = (m^4)^2$ ,  $p^{10} = (p^5)^2$ , то  
 $16m^8p^{10} = 4^2 \cdot (m^4)^2 \cdot (p^5)^2 = (4m^4p^5)^2.$

Відповідь:  $(4m^4p^5)^2.$

 Які правила та властивості використовують під час множення одночленів; піднесення одночлена до степеня?



## Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

**1** 398. (Усно.) Перемножте одночлени:

- 1)  $3x$  і  $5y$ ;
- 2)  $-a$  і  $2b$ ;
- 3)  $4x^2$  і  $-2y$ ;
- 4)  $-3m^2$  і  $-n^2$ .

**2** 399. Виконайте множення одночленів:

- |  |  |
|--|--|
| 1) $1,5x \cdot 12y$ ;                        | 2) $-p^2 \cdot 9p^7$ ;   |
| 3) $8a \cdot \left(-\frac{3}{4}a^7\right)$ ; | 4) $-\frac{2}{3}a \cdot (-12ab^3)$ ;   |
| 5) $0,7mn^2 \cdot (-m^7n^3)$ ;               | 6) $-0,2m^7p^9 \cdot (-4m^4p)$ ;   |
| 7) $-0,6ab^2c^3 \cdot 0,5a^3bc^7$ ;          | 8) $\frac{3}{4}mn^2 \cdot \left(-\frac{4}{5}m\right) \cdot \frac{5}{3}n^7$ . |

**400.** Знайдіть добуток одночленів:

1)  $20a \cdot (-0,5b)$ ;

2)  $-a^2 \cdot (-3a^7b)$ ;

3)  $5b \cdot \left(-\frac{1}{5}b^3\right) \cdot 2c$ ;

4)  $\frac{3}{5}xy^3 \cdot \frac{10}{21}x^2y^5$ ;

5)  $\frac{3}{5}ab^2 \cdot \left(-\frac{5}{6}a^3\right) \cdot 2b^7$ ;

6)  $-\frac{1}{2}m^2p \cdot \frac{2}{3}m^3p \cdot \frac{1}{5}mp^3$ .

**401.** Перемножте одночлени:

1)  $-13x^2y$  і  $12xy^3$ ;

2)  $0,8mn^8$  і  $50m^2n$ ;

3)  $-\frac{1}{5}ab^2$ ,  $15a^2p$  і  $-\frac{1}{3}pb^4$ ;

4)  $20xy^2$ ;  $-0,1x^2y$  і  $0,2x^2y^2$ .

**402.** Знайдіть два різних записи одночлена  $-12m^2n^5$  у вигляді добутку двох одночленів стандартного вигляду.

**403.** Знайдіть два різних записи одночлена  $18m^2n^7$  у вигляді добутку:

1) двох одночленів стандартного вигляду;

2) трьох одночленів стандартного вигляду.

**404.** (Усно.) Піднесіть одночлен до степеня:

1)  $(-mn^2)^2$ ;

2)  $(2a^2b)^3$ ;

3)  $(-m^3b^2)^4$ ;

4)  $(-a^3b^5)^7$ .

**405.** Піднесіть до квадрата одночлен:

1)  $3a$ ;

2)  $2b^2$ ;

3)  $-4a^3b^7$ ;

4)  $-0,1p^9a^4$ ;

5)  $-\frac{1}{5}m^5$ ;

6)  $\frac{6}{7}p^6m^8$ .

**406.** Піднесіть до куба одночлен:

1)  $2p$ ;

2)  $7m^5$ ;

3)  $-3a^3b^2$ ;

4)  $-0,1a^7b^2$ ;

5)  $\frac{1}{4}p^6$ ;

6)  $-\frac{2}{5}mn^4$ .

**407.** Виконайте піднесення до степеня:

1)  $(-xy^3)^3$ ;

2)  $(-7a^2bc^3)^2$ ;

3)  $(p^3m^4q^5)^4$ ;

$$4) (-2a^2b)^4; \quad 5) \left(\frac{1}{6}p^2c^5\right)^3; \quad 6) (-c^5m^{10}a^3)^5.$$

**408.** Подайте у вигляді одночлена стандартного вигляду:

$$1) (-5x)^2; \quad 2) \left(\frac{1}{2}p^4\right)^3; \quad 3) (-0,2a^2b^3)^4;$$

$$4) (-ab^7c^5)^6; \quad 5) (-10a^{11}b)^5; \quad 6) (a^8c^{10})^7.$$

**3** **409.** Подайте вираз:

1)  $\frac{1}{9}x^6$ ;  $0,25m^6p^{10}$ ;  $121a^{18}b^2c^4$  у вигляді квадрата одночлена;

2)  $0,001a^9$ ;  $-125p^3b^{12}$ ;  $\frac{8}{27}c^6m^{15}a^{21}$  у вигляді куба одночлена.

**410.** Який одночлен стандартного вигляду має бути в дужках замість пропусків, щоб рівність була правильною:

$$1) (\dots)^2 = 4m^6; \quad 2) (\dots)^2 = 0,36p^8q^{10};$$

$$3) (\dots)^3 = -8c^9; \quad 4) (\dots)^3 = 1000c^6m^{12};$$

$$5) (\dots)^4 = 16a^4b^8; \quad 6) (\dots)^5 = c^{15}p^{45}?$$

**411.** Який одночлен стандартного вигляду потрібно записати замість «зірочки», щоб одержати правильну рівність:

$$1) \star \cdot 4m^2n = 12m^7n^{12}; \quad 2) 5a^2b \cdot \star = a^3b^7;$$

$$3) \star \cdot (-2m^2p) = 24m^3p^2; \quad 4) \star \cdot (-9a^2b) = a^3b;$$

$$5) 5m^2a^3 \cdot \star = -5m^2a^3; \quad 6) 4m^2n \cdot \star = -\frac{1}{16}m^2n^8?$$

**412.** Який одночлен стандартного вигляду потрібно записати замість «зірочки», щоб одержати правильну рівність:

$$1) \star \cdot 3m^2n^3 = 15m^3n^8; \quad 2) -7p^2x^3 \cdot \star = 21p^2x^9;$$

$$3) \star \cdot (-3a^3b^9) = a^6b^{10}; \quad 4) 12p^3m \cdot \star = -\frac{1}{2}p^3m?$$

**413.** Спростіть вираз:

1)  $15m^2 \cdot (4m^3)^2$ ;

2)  $-0,5m^5 \cdot (2m^3)^4$ ;

3)  $(-3a^3b^4)^4 \cdot \left(-\frac{1}{81}ab^3\right)$ ;

4)  $\left(-\frac{2}{3}ac^4\right)^3 \cdot 18a^5c$ .

**414.** Подайте у вигляді одночлена стандартного вигляду:

1)  $6a^3 \cdot (2a^5)^2$ ;

2)  $-0,8a^4 \cdot (5a^7)^3$ ;

3)  $(-2b^2a^7)^4 \cdot \left(-\frac{1}{8}a^3b\right)$ ;

4)  $\left(-\frac{4}{5}mn^4\right)^3 \cdot 25m^4n$ .

**415.** Подайте вираз у вигляді добутку числа 5 і квадрата деякого виразу:

1)  $5a^4b^2$ ;

2)  $20c^4d^2m^8$ ;

3)  $\frac{5}{16}p^{12}$ .

**416.** Запишіть вираз у вигляді одночлена стандартного вигляду:

1)  $(8ab^3)^2 \cdot (0,5a^3b)^3$ ;

2)  $\left(\frac{3}{4}m^2n^8\right)^3 \cdot (-4m^7)^2$ ;

3)  $-(-m^2n^3)^4 \cdot (7m^3n)^2$ ;

4)  $(-0,2x^3c^7)^5 \cdot (10xc^3)^5$ .

**417.** Спростіть вираз:

1)  $(10m^2n)^2 \cdot (3mn^2)^3$ ;

2)  $\left(-\frac{1}{2}ab^3\right)^3 \cdot (4a^5)^2$ ;

3)  $-(3a^6m^2)^3 \cdot (-a^2m)^4$ ;

4)  $(-5xy^6)^4 \cdot (0,2x^6y)^4$ .

**418.** Подайте одночлен у вигляді добутку двох одночленів, один з яких дорівнює  $-4ab^2$ :

1)  $8a^2b^2$ ;

2)  $-\frac{1}{5}ab^4$ ;

3)  $-7,8a^3b^5$ ;

4)  $1\frac{1}{8}a^3b^2$ .

**419.** Подайте одночлен у вигляді добутку двох одночленів, один з яких дорівнює  $3mn^2$ :

$$1) 12m^2n^2; \quad 2) -\frac{1}{4}mn^5; \quad 3) -6,9m^7n^8; \quad 4) 1\frac{1}{5}m^8n^2.$$

**4** **420.** Запишіть у вигляді одночлена стандартного вигляду ( $n$  – натуральне число):

$$1) (-0,2a^{n+5}b^{n+2}) \cdot (0,5a^{n-2}b^{n+3}), \quad n > 2;$$

$$2) (2a^{2n}b^5)^3 \cdot (-3a^3b^{3n})^2;$$

$$3) (a^2b^3)^n \cdot (a^{2n}b)^3 \cdot (a^2b^{3n})^5;$$

$$4) (x^{2n-1}y^{3n+1})^2 \cdot (x^{3n-1}y^{2n+1})^3.$$

**421.** Відомо, що  $3ab^2 = 7$ . Знайдіть значення виразу:

$$1) ab^2;$$

$$2) 5ab^2;$$

$$3) -9a^2b^4;$$

$$4) 27a^3b^6.$$

**422.** Відомо, що  $5xy^2 = 9$ . Знайдіть значення виразу:

$$1) xy^2;$$

$$2) 7xy^2;$$

$$3) -25x^2y^4;$$

$$4) 125x^3y^6.$$

### Вправи для повторення

**423.** Для перевезення школярів до літнього оздоровчого табору використали 3 мікроавтобуси марки «Газель» та 2 мікроавтобуси марки «Богдан». У кожній «Газелі» розмістилося по  $x$  учнів/учениць, а в кожному «Богдані» – по  $y$  учнів/учениць. Скільки всього учнів/учениць прибуло до табору на відпочинок зазначеним транспортом? Запишіть відповідь у вигляді виразу і знайдіть його значення, якщо  $x = 20$ ,  $y = 22$ .

**424.** Замініть «зірочку» таким виразом, щоб рівність була тожністю:

$$1) (b^3)^2 \cdot \star = b^{10};$$

$$2) (m^2)^3 \cdot \star = -m^{14};$$

$$3) (a \cdot a^4)^2 : \star = a^3;$$

$$4) n^6 \cdot (n \cdot n^2)^2 = \star \cdot (-n^4).$$

**425.** Обчисліть значення виразу  $\frac{2^{n+1} \cdot 7^{n+2}}{14^n}$ , де  $n$  – натуральне число.



## Життєва математика

**426.** Через стирання гумових покришок кожний автомобіль щороку розсіює в повітря 10 кг гумового пилу. Нехай у невеликому містечку на 1000 родин кожна четверта родина має автомобіль, а 5 % усіх родин мають по два автомобілі. Скільки гумового пилу розсіють у повітря за рік автомобілі жителів цього містечка?



## Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу

**427.** Зведіть подібні доданки:

1)  $7a - 6b - 2a + b$ ;

2)  $-11x + 10y - 3x - 2y$ ;

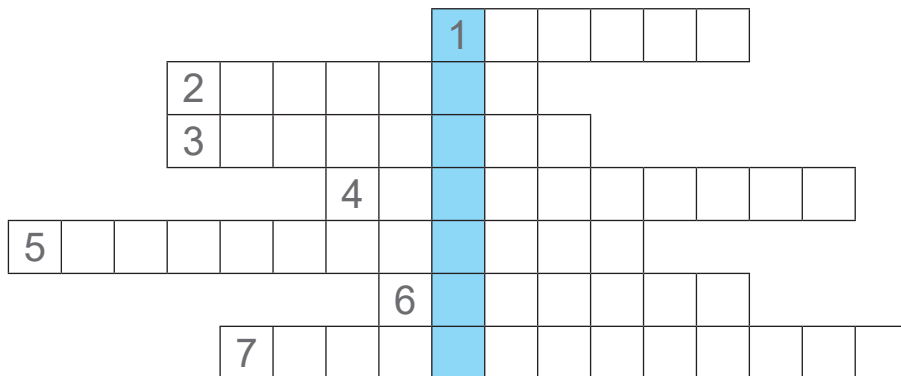
3)  $10,3m - 12,9t + 6,7m$ ;

4)  $3c + d + 3c - d$ .



## Цікаві задачі – поміркуй одначе

**428.** *Видатні українці та українки.* Запишіть по горизонталях прізвища видатних українців (за потреби використайте додаткову літературу чи інтернет) та прочитайте у виділеному стовпчику одне з фундаментальних понять математики, з яким ви ознайомитеся в наступному розділі.



1. Видатний поет, учений, публіцист.

2. Український математик, співавтор першого тритомного словника української математичної термінології, ініціатор першої Київської олімпіади, однофамілець першого президента незалежної України.

3. Видатний поет і художник, літературна спадщина якого вважається основою української літератури та сучасної української мови.

4. Один з найвідоміших у світі авіаконструкторів українсько-польського походження.

5. Видатна актриса, яка першою здобула звання Народної артистки Української РСР.

6. Українська художниця жанру наївного мистецтва, майстриня народного декоративного живопису. Входить до числа найвідоміших жінок України.

7. Автор «Енеїди» – першого твору нової української літератури, написаного народною мовою, один із засновників нової української драматургії.

## ДОМАШНЯ САМОСТІЙНА РОБОТА № 2

Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей (А–Г), серед яких лише один є правильним. Оберіть правильний варіант відповіді.

**1** 1. Який з виразів тотожно рівний виразу  $b + b + b + b$ ?

А.  $b^4$

Б.  $4 + b$

В.  $4b$

Г.  $\frac{b}{4}$

2. Який з виразів є одночленом?

А.  $7x - y$

Б.  $7x + y$

В.  $\frac{7x}{y}$

Г.  $7xy$

3.  $a^6 : a^3 = \dots$

А.  $a^3$

Б.  $a^2$

В.  $a$

Г. 1

**2** 4. Укажіть значення виразу  $(-2)^3$ .

А. 8

Б. -8

В. -6

Г. 6

5. Запишіть у вигляді виразу квадрат суми чисел  $m$  і  $3a$ .

А.  $(m - 3a)^2$

Б.  $m^2 + (3a)^2$

В.  $(m + 3a)^2$

Г.  $(m \cdot 3a)^2$



6. Обчисліть значення виразу  $2,5a^2$ , якщо  $a = -4$ .

- А.  $-40$       Б.  $40$       В.  $100$       Г.  $-100$

3 7. Знайдіть значення виразу  $-14\frac{1}{2}a + 8,3b + 4\frac{1}{2}a - 7,3b$ ,

якщо  $a = 1,9$ ;  $b = -3,5$ .

- А.  $22,5$       Б.  $-15,5$       В.  $-22,5$       Г.  $15,5$

8. Обчисліть  $\frac{9^{18}}{27^{12}}$ .      А.  $3$       Б.  $9$       В.  $27$       Г.  $1$

9.  $(4mp^3)^2 \cdot (0,5m^7p)^3 = \dots$

- А.  $\frac{1}{2}m^{23}p^9$       Б.  $2m^8p^4$       В.  $2m^{23}p^9$       Г.  $2m^{12}p$

4 10. Якого найбільшого значення може набувати вираз  $1 - (a - 3)^2$ ?

- А.  $1$       Б.  $-1$       В.  $-3$       Г.  $-8$

11. Укажіть найбільше із чисел  $2^{300}$ ,  $3^{200}$ ,  $7^{100}$ ,  $25^{50}$ .

- А.  $2^{300}$       Б.  $3^{200}$       В.  $7^{100}$       Г.  $25^{50}$

12. Знайдіть значення виразу  $8x^2y^4$ , якщо  $2xy^2 = -5$ .

- А.  $25$       Б.  $-50$       В.  $50$       Г.  $100$

У завданні 13 потрібно встановити відповідність між інформацією, позначеною цифрами та буквами. Одна відповідь зайва.

13. Установіть відповідність між виразами (1–3) та їхніми значеннями (А–Г).

Вираз	Значення виразу
1. $2^9 : 64$	А. $2$
2. $1,5^4 \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^4$	Б. $4$
3. $\frac{8^4 \cdot 2^5}{4^8}$	В. $8$
	Г. $16$



12. Відомо, що  $4m^2n = 9$ . Знайдіть значення виразу:

1)  $12m^2n$ ;

2)  $4m^4n^2$ .

### 3 історії математичного олімпіадного руху України

Математичні змагання є досить популярними серед школярів України. Це й індивідуальні змагання – математична олімпіада, і командні – турнір юних математиків або математичні бої. Участь у цих змаганнях надає можливість школярам долучитися до прекрасного світу цікавих і нестандартних задач, перевірити свої знання з математики, повірити у власні сили або віднайти в собі хист до математики.



Всеукраїнська учнівська олімпіада з математики проходить щорічно в чотири етапи. Перший – це шкільні олімпіади, другий – районні й міські (для міст обласного підпорядкування), третій – обласні олімпіади, олімпіади міст Києва і Севастополя та Автономної Республіки Крим. Четвертий – це кінцевий етап, який з призерів третього етапу визначає

переможців Всеукраїнської олімпіади. Саме за підсумками четвертого етапу складається перелік кандидатів до складу команди України для участі в Міжнародній математичній олімпіаді. Щоб увійти до команди, переможці четвертого етапу беруть участь у відбірково-тренувальних зборах, за підсумками яких і формується остаточний склад команди. Щороку кількість представників України на Міжнародній олімпіаді визначається залежно від її рейтингу серед інших країн-учасниць. Що вищий рейтинг, то більше учасників увійдуть до команди. Рейтинг команди залежить від результатів її виступу на Міжнародній олімпіаді, причому на рейтинг впливає та кількість балів, яку вибороли учасники за всі розв'язані на олімпіаді конкурсні задачі.

Історія математичного олімпіадного руху України розпочалася з Київських математичних олімпіад. Перша в Україні олімпіада пройшла у столиці в приміщенні Київського державного університету (нині Київський національний університет імені Тараса Шевченка) у 1935 році за ініціативи видатного українського математика Михайла Пилиповича Кравчука (1892–1942). Наступного року в Київській олімпіаді взяли участь і учні інших міст України. Зокрема, у 1936 році серед переможців олімпіади був харківський десятикласник Олексій Погорелов, який згодом пов'язав свою наукову діяльність з геометрією, ставши видатним геометром, академіком Національної академії наук України, автором шкільного підручника з геометрії, за яким кілька десятиліть успішно навчалися українські школярі. У тому ж 1936 році було започатковано й районні олімпіади та проведено першу Всеукраїнську олімпіаду.

У 1938 році М. П. Кравчука було репресовано, але небабдужі до математики молоді вчені зберегли традицію щорічно проводити Київську математичну олімпіаду. У 1942–1945 рр. під час Другої світової війни олімпіади не проводились, а потім їх проведення поновили. Важливу роль у поновленні Київської математичної олімпіади відіграв Микола Миколайович Боголюбов, що на той час був молодим професором фізико-математичного (нині механіко-математичний) факультету Київського державного університету. У післявоєнні роки до організації Київських математичних олімпіад школярів за пропозицією М. М. Боголюбова долучилася відома науковиця педагогіки та історії математики Любов Миколаївна Граціанська. На той час учні 7–10 класів, що цікавилися математикою, мали можливість щонеділі відвідувати математичні гуртки при Київському державному університеті, організацією

яких керувала Любов Миколаївна. Заняття гуртків проводили студенти механіко-математичного факультету, які згодом і очолили математичний олімпіадний рух України. Серед них А. В. Скороход, М. Й. Ядренко, В. А. Вишенський, В. І. Михайловський та інші. Гуртківці традиційно брали участь у Київських математичних олімпіадах. Тоді учасниками Київської олімпіади могли стати і школярі Києва, і учні з інших міст України, бо до 1961 року олімпіада проходила лише в Києві. І нині, за традицією, у Київській математичній олімпіаді можуть брати участь усі охочі школярі.

Саме 1961 рік вважають роком заснування Республіканської олімпіади – кінцевого етапу математичної олімпіади в Україні, який став прототипом четвертого етапу нинішньої Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики. Щоб щорічно змагатися, необхідно було відбирати сильну команду учасників, збираючи талановитих школярів по різних куточках України. Це завдання могла вирішити Республіканська математична олімпіада, у якій мали між собою змагатися переможці українських обласних олімпіад, міст Києва і Севастополя та Автономної Республіки Крим, тобто школярі з усіх регіонів України. Отже, у 1961 році Республіканська олімпіада з математики стала освітянською подією загальнодержавного значення. Саме з її переможців надалі й формувалася команда юних математиків для участі у Всесоюзних олімпіадах.

Значну роль у виявленні математично обдарованої учнівської молоді та залученні її до математичних змагань відіграла Республіканська заочна фізико-математична школа (РЗФМШ). Її заняття демонструвалися щочетверга о 16 годні українським телебаченням. Школярі слухали цікаві лекції провідних математиків, ознайомлювалися із завданнями контрольних робіт, які мали виконати та надіслати до організато-

рів РЗФМШ на перевірку, а також брали участь у заочній олімпіаді, завдання якої оголошувалися в цій програмі. За результатами заочних олімпіад і контрольних робіт виявляли математично обдарованих школярів України, залучали їх до участі в очному етапі олімпіади РЗФМШ, а випускників шкіл – до навчання у провідних закладах вищої освіти України, зокрема і на механіко-математичному факультеті Київського державного університету. Нині багато вчених старшого покоління тепло відгукуються про РЗФМШ, наголошуючи, що саме завдяки їй вони зацікавилися математикою та прийшли в науку.

Значну роль у підвищенні цікавості учнів до математики, залучення до її багатогранного світу задач відігравав і щорічний збірник науково-популярних статей для школярів «У світі математики», що почав виходити друком у 1968 році. Серед авторів матеріалів збірника були і відомі професори механіко-математичного факультету Київського державного університету, і його студенти й аспіранти. А в редакційну колегію збірника увійшли відомі українські математики А. Г. Конфорович, М. Я. Лященко, М. Й. Ядренко, А. Я. Дороговцев та інші. Професор Київського державного університету Микола Йосипович Ядренко до останніх своїх днів був відповідальним редактором цього видання. Збірник «У світі математики» виходить друком і нині, трохи змінивши свій формат, але не змінивши свого змісту й мети: популяризувати математику серед школярів.

Також М. Й. Ядренко понад 30 років (до 2004 р.) очолював журі Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики, включно з 1991 роком, коли учнівські математичні олімпіади в Україні посіли чільне місце у світовій мережі математичних змагань школярів.

У 1992 році непересічною подією для українського математичного олімпіадного руху стала участь команди України в Міжнародній математичній олімпіаді (ММО), хоча в цей рік за регламентом команда мала лише статус спостерігача. А з 1993 року Україна стає офіційним учасником Міжнародної математичної олімпіади. Школярі України гідно представляють



Логотип ММО

свою країну, щороку виборюючи золоті, срібні та бронзові медалі. Загалом з 1993 по 2023 рік Україна на Міжнародній математичній олімпіаді виборола 171 медаль (43 золоті, 75 срібних та 53 бронзові) і має високий рейтинг з-поміж 125 команд-учасниць з інших країн світу.

## § 10. Многочлен. Подібні члени многочлена та їх зведення. Степінь многочлена

### Многочлен

Вираз  $7x^2y^3 - 5xy^7 + 9x^5 - 8$  є сумою одночленів  $7x^2y^3$ ,  $-5xy^7$ ,  $9x^5$  і  $-8$ . Цей вираз називають **многочленом**.

**Многочленом** називають суму одночленів.

Одночлени, з яких складається многочлен, називають **членами многочлена**. Наприклад, многочлен  $7x^2y^3 - 5xy^7 + 9x^5 - 8$  складається із чотирьох членів:  $7x^2y^3$ ,  $-5xy^7$ ,  $9x^5$  і  $-8$ .

Многочлен, який містить два члени, називають **двочленом**, многочлен, який містить три члени, – **тричленом**. Наприклад,  $a + b^7$ ,  $2xy - 3y^7$  – двочлени;  $x + xy + y^3$ ,  $mn + m - n$  – тричлени. Одночлен вважають окремим видом многочлена.

Будь-який многочлен є цілим виразом. Але не кожний цілий вираз є многочленом. Наприклад, цілі вирази  $3(x - 1)$ ;



$(a + b)^2$ ;  $(m - n)^3$  не є многочленами, бо вони не є сумою од-  
ночленів.

## Подібні члени многочлена

У многочлені  $7x^2y + 8 + 9xy - 5x^2y - 9$  члени  $7x^2y$  і  $-5x^2y$  є подібними доданками, оскільки вони мають одну й ту саму буквену частину  $x^2y$ . Також подібними доданками є й члени  $8$  і  $-9$ , які не мають буквені частини.

Подібні доданки многочлена називають **подібними членами многочлена**, а зведення подібних доданків у многочлені – **зведенням подібних членів многочлена**.

**Приклад 1.** Звести подібні члени у многочлені

$$7x^2y + 8 + 9xy - 5x^2y - 9.$$

*Розв'язання.*  $7x^2y + 8 + 9xy - 5x^2y - 9 = (7x^2y - 5x^2y) + (8 - 9) + 9xy = 2x^2y - 1 + 9xy.$

*Відповідь:*  $2x^2y - 1 + 9xy.$

## Многочлен стандартного вигляду

Кожний член многочлена  $2x^2y - 1 + 9xy$  є одночленом стандартного вигляду, причому цей многочлен уже не містить подібних доданків. Такі многочлени називають **многочленами стандартного вигляду**.

Многочлен, що є сумою одночленів стандартного вигляду, серед яких немає подібних доданків, називають **многочленом стандартного вигляду**.

**Приклад 2.** Чи записано в стандартному вигляді многочлен:

1)  $xy^2 - x^2y^3x + 7$ ;    2)  $m^2 + 3mn - 3n^2$ ;    3)  $9ab + 7 - 5ab$ ?



*Розв'язання.* 1) Оскільки  $x^2y^3x$  не є одночленом стандартного вигляду, то многочлен  $x^2y - x^2y^3x + 7$  не є многочленом стандартного вигляду.

2)  $m^2 + 3mn - 3n^2$  – многочлен стандартного вигляду.

3) Многочлен  $9ab + 7 - 5ab$  містить подібні доданки, тому не є многочленом стандартного вигляду.

*Відповідь:* 1), 3) ні; 2) так.

**Приклад 3.** Записати у стандартному вигляді многочлен

$$3x^2yx + 5 - 4xy^2y - 5x^3y + 7xy^3 - 8.$$

*Розв'язання.* Спочатку зведемо до стандартного вигляду члени многочлена, потім зведемо подібні доданки:

$$3x^2yx + 5 - 4xy^2y - 5x^3y + 7xy^3 - 8 = \underline{3x^3y} + 5 - \underline{4xy^3} - \underline{5x^3y} + \underline{7xy^3} - 8 = -2x^3y + 3xy^3 - 3.$$

*Відповідь:*  $-2x^3y + 3xy^3 - 3$ .

### Степінь многочлена стандартного вигляду

Члени многочлена  $7m^4p - 9m^2p^4 + 3$ , який має стандартний вигляд, – це одночлени відповідно п'ятого, шостого та нульового степенів. Найбільший із цих степенів називають **степенем многочлена**. Отже,  $7m^4p - 9m^2p^4 + 3$  – многочлен шостого степеня.

**Степенем многочлена стандартного вигляду** називають найбільший зі степенів одночленів, що містить цей многочлен.

Наприклад,  $5x - 7$  та  $2a - 3b + 7$  – многочлени першого степеня;  $2mn + n$  – другого;  $2x^4 + x^5 - x^2$  – п'ятого степеня.

Степенем довільного многочлена називають степінь тожовно рівного йому многочлена стандартного вигляду.

#### Приклад 4. Визначити степінь многочлена


$$2x^2y + 3xy - 6x^2y + 4x^2y - 7.$$

*Розв'язання.* Спочатку запишемо многочлен у стандартному вигляді:  $2x^2y + 3xy - 6x^2y + 4x^2y - 7 = 3xy - 7$ . Многочлен  $3xy - 7$  є многочленом другого степеня, а тому і многочлен  $2x^2y + 3xy - 6x^2y + 4x^2y - 7$  є многочленом другого степеня.

*Відповідь:* другого степеня.

Члени многочлена можна записувати в різній послідовності. Для многочленів стандартного вигляду, які містять одну змінну, члени зазвичай упорядковують за зростанням або спаданням показників степенів цієї змінної.

Наприклад,  $7a^4 + 5a^3 - 8a^2 - 5$  або  $-5 - 8a^2 + 5a^3 + 7a^4$ .

-  Що називають многочленом? ● Що називають членами многочлена? ● Який многочлен називають двочленом, а який – тричленом? ● Які члени многочлена називають подібними? ● Який многочлен називають многочленом стандартного вигляду? ● Що називають степенем многочлена?



#### Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

**1** 429. (Усно.) Які з даних виразів є многочленами:

1)  $a(a^2 - 3)$ ;      2)  $4c^2 - c^2 + x^6$ ;      3)  $\frac{9}{a-2}$ ;      4)  $y$ ;

5)  $(c - 3)(c + 2)$ ;      6)  $t^2 - \frac{1}{2}t$ ;      7)  $4,9$ ;      8)  $(m - 2c)^2$ ?

**430.** Серед поданих виразів виберіть многочлени:

1)  $c^3 - c^2 + c$ ;      2)  $\frac{m}{m-p}$ ;      3)  $d^2$ ;      4)  $x(x - y)$ ;

5)  $-4\frac{1}{7}$ ;      6)  $(x + 5)(x - 5)$ ;      7)  $c^7 - 1$ ;      8)  $(a + b)^2$ .

**431.** Назвіть члени многочлена:

- 1)  $4x^2y - 7xy^2 + 5 + 3xy$ ;
- 2)  $-a^3 + 4a^2 - 9a + 3$ .

**432.** Складіть многочлен з одночленів:

- 1)  $5m^2$ ,  $-2m$  і  $3$ ;
- 2)  $7ab$ ,  $-2a^2$  і  $b^2$ ;
- 3)  $4p$  і  $2q^3$ ;
- 4)  $-c^2$ ,  $-3mc$ ,  $m^3$  і  $7$ .

**433.** Складіть многочлен з одночленів:

- 1)  $5m$  і  $-5n$ ;
- 2)  $m^3$ ,  $-2m^2$  і  $mn$ ;
- 3)  $-x^3$ ,  $-2y^2$ ,  $xy$  і  $4$ .

**434.** (Усно.) Чи записано многочлен у стандартному вигляді? Для многочленів стандартного вигляду визначте їхній степінь.

- 1)  $5m^2 + m^3 + 1$ ;
- 2)  $7x^2 + 2x + 3x^2$ ;
- 3)  $2 + a + a^2b + 3$ ;
- 4)  $c^2c + c^5 - 8$ ;
- 5)  $3x^2x + 2xx^2 + x$ ;
- 6)  $p^2 - 19$ .

**2** **435.** Зведіть подібні члени многочлена:

- 1)  $7x - 15xy - 8xy$ ;
- 2)  $8ab - 5ab + 4b^2$ ;
- 3)  $9a^4 - 5a + 7a^2 - 5a^4 + 5a$ ;
- 4)  $18a^4b - 9a^4b - 7ba^4$ ;
- 5)  $4b^3 + b^2 - 15 - 7b^2 + b^3 - b + 18$ ;
- 6)  $9xy^2 - x^3 - 5xy^2 + 3x^2y - 4xy^2 + 2x^3$ .

**436.** Зведіть подібні члени многочлена:

- 1)  $a^3 - 2a^3 + 3a^3$ ;
- 2)  $-x^4 + 2x^3 - 3x^4 + 5x^2 - 3x^2$ ;
- 3)  $7 + 3m^6 - 2m^3 - 5m^6 + 2m^6 - m^5 - 7$ ;
- 4)  $9xy^3 + 6x^2y^2 - x^3y + x^2y^2 - 9xy^3$ .

**437.** (Усно.) Які з многочленів – многочлени четвертого степеня:

- 1)  $a^3 + 3a^2 + 1$ ;
- 2)  $a^2a^2 - 8$ ;
- 3)  $a^4 - 4a^3 - a^4$ ;
- 4)  $aa^3 + 2$ ?

**438.** Які з многочленів є многочленами п'ятого степеня:

- 1)  $m^3 + m^4 - m^2$ ;                      2)  $12 + mm^4$ ;  
3)  $mm + mm^2 + m^2m^2$ ;              4)  $m^5 - 3 - m^5$ ?

**439.** Зведіть многочлен до стандартного вигляду та визначте його степінь:

- 1)  $x^2y + xy$ ;                              2)  $2a \cdot a^2 \cdot 3b + a \cdot 5c$ ;  
3)  $7x \cdot 5y^2 - 4y \cdot 7x^2$ ;              4)  $3a \cdot 4a \cdot (-5a) - a^3 \cdot (-8b)$ .

**440.** Подайте многочлен у стандартному вигляді та визначте його степінь:

- 1)  $3x \cdot x^2 + 2x \cdot 5y^2$ ;                      2)  $5a \cdot b^2a + 3b \cdot 2ab^2$ ;  
3)  $-5mn^3m + 4mmm$ ;                      4)  $5p \cdot 3p \cdot (-p) - p^4qr$ .

**441.** Перепишіть многочлен у порядку спадання степенів змінної:

- 1)  $7x - 5x^3 + x^4 - 9x^2 + 1$ ;  
2)  $8y^3 - 5 + 7y^6 - 9y^4 + y^2$ .

**442.** Перепишіть многочлен у порядку зростання степенів змінної:

- 1)  $3m^2 - 3m + m^3 - 8$ ;  
2)  $7a^2 - 9a^5 + 4a^3 + 5 - a^4$ .

**443.** Знайдіть значення: 1) двочлена  $3x^2 - 1$ , якщо  $x = -1$ ; 2;

- 2) тричлена  $5m + 9n^2 - 1$ , якщо  $m = -2$ ,  $n = \frac{1}{3}$ .

**444.** Обчисліть значення многочлена:

- 1)  $64x^3 - x^2 + 1$ , якщо  $x = \frac{1}{4}$ ;  
2)  $4mn - 3m + 2n - 4mn$ , якщо  $m = 4$ ,  $n = -3$ .

**445.** Обчисліть значення многочлена:

- 1)  $9p^2 - p^3$ , якщо  $p = \frac{1}{3}$ ;  
2)  $2xy - 4x + 3y + 4x$ , якщо  $x = -1$ ,  $y = 2$ .

**3** 446. Чи існує таке значення  $x$ , для якого значення многочлена  $x^2 + 5$  дорівнює нулю; є від'ємним?

447. Зведіть многочлен до стандартного вигляду і вкажіть його степінь:

1)  $3a^2ab - 5a^2b^2b^2 - 6ab \cdot 2a + 5ab \cdot 0,4ab - 1,5a \cdot 2b \cdot a^2$ ;

2)  $3xy^2 \cdot 4x^3y + 5x^3y \cdot 2y \cdot (-x) - 10x^3y^3 \cdot \frac{1}{2}x - 7xy \cdot (-3xy^3)$ .

448. Зведіть многочлен до стандартного вигляду і вкажіть його степінь:

1)  $3a^2b^3 - ab^3 - a^3a - a^2b^2 \cdot b + 0,5ab \cdot 2b^2 + 4ab \cdot 0,5ab^2$ ;

2)  $7x \cdot 2y^3 - 5x \cdot 3xy \cdot (-x) + \frac{1}{2}y \cdot (-14xy) - 3yx \cdot 4y^2$ .

449. Зведіть многочлен



$$5xy^3 + x^2y^2 + 748,75 - 2x^3y - 3xy^3 - x^2y^2$$

до стандартного вигляду і знайдіть його значення, якщо  $x = \frac{1}{2}$ ;  $y = -1$ . Відтак дізнаєтеся в кілометрах відстань від

Києва до столиці Литви – міста Вільнюс.

450. Доведіть, що многочлен  $a^2 + b^2 + 1$  для будь-яких значень змінних  $a$  і  $b$  набуває лише додатних значень.

451. Замість «зірочки» запишіть такий одночлен, щоб утворився многочлен четвертого степеня:

1)  $x^3 + 3x^2 + \star - 2$ ;

2)  $m^6 - 4m^4 + mn + \star$ ;

3)  $a^3b - 3a^4b^3 + 3a^2 + \star$ ;

4)  $pq^3 - p^2q^2 + p^2q^3 + \star - p^3q$ .

452. Замість «зірочки» запишіть такий одночлен, щоб після зведення многочлена до стандартного вигляду отримати многочлен, що не містить змінної  $x$ :

1)  $3x - 12 + 5x + 15 - 9x + \star$ ;

2)  $5xy^2 - y^3 + 7y^2 + 7y^2x - 5 + \star$ .

**4** **453.** Дано многочлен  $5x^3 + 2x^2 - x + 7$ . Утворіть з нього новий многочлен, замінивши змінну  $x$  на одночлен:

- 1)  $m$ ;      2)  $-x$ ;  
3)  $2a$ ;      4)  $3b^2$ .

Отримані многочлени зведіть до стандартного вигляду.

**454.** Дано многочлен  $3a^3 - 5a^2 + a - 8$ . Утворіть з нього новий многочлен, замінивши змінну  $a$  на даний одночлен, та зведіть до стандартного вигляду:

- 1)  $x$ ;      2)  $-a$ ;  
3)  $2b$ ;      4)  $3c^2$ .

**455.** Оберіть ті многочлени, значення яких є додатними для будь-яких значень змінних; є від'ємними для будь-яких значень змінних:

- 1)  $a^4 + 3a^2 + 5$ ;      2)  $c^5 + c^3 + c$ ;  
3)  $-p^2 - 7$ ;      4)  $-m^2 - m^2n^2 - n^2 - 9$ ;  
5)  $-a - b - 7$ ;      6)  $x^8 + y^6 + c^4 + 1$ .



## Вправи для повторення

**456.** Розкрийте дужки та спростіть вираз:

- 1)  $x + 5 + (2x - 7)$ ;  
2)  $2y - 7 - (3y - 8)$ ;  
3)  $7 - (2x + 9) + (3x - 11)$ .

**457.** Складіть числовий вираз і знайдіть його значення:

- 1) сума квадратів чисел  $3,1$  і  $-2,7$ ;  
2) квадрат різниці чисел  $-3,8$  і  $-3,7$ ;  
3) куб суми чисел  $1,52$  і  $-1,5$ .

**458.** Замініть пропуски степенем з основою  $x$  так, щоб одержати тотожність:

- 1)  $x^3 \cdot ( \dots )^2 = x^{13}$ ;  
2)  $( \dots )^3 \cdot x^7 = x^{19}$ .



## Життєва математика

- 459.** 1) У зв'язку зі збільшенням кількості замовлень конвеєр невеликого підприємства з пакування продукції в листопаді спожив на 20 % більше електроенергії, ніж у жовтні. Скільки кВт · год спожив конвеєр у листопаді, якщо в жовтні його споживання становило 1250 кВт · год?
- 2) *Практична діяльність.* Дізнайтеся, скільки коштує 1 кВт · год електроенергії для підприємств, та визначте суму, яку сплатило підприємство за використану для пакування продукції електроенергію в жовтні, а яку – у листопаді.



## Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу

**460.** Розкрийте дужки та спростіть вираз:

1)  $d - (d - 1)$ ;

2)  $-(a + 10) + a$ ;

3)  $p + (-p + a)$ ;

4)  $(t + 4) - (t - 5)$ ;

5)  $-(10 - x) + (-x + 7)$ ;

6)  $-(b - 5 + a) - (2 - b)$ .



## Цікаві задачі – поміркуй одначе

**461.** Знайдіть усі натуральні значення  $n$ , для яких справджується нерівність

$$\frac{7}{12} < \frac{n}{63} < \frac{11}{18}.$$

## § 11. Додавання і віднімання многочленів

### Додавання многочленів

Додамо многочлени  $7x^2 - 4x + 9$  і  $-3x^2 + 5x - 7$ . Для цього запишемо їх суму, потім розкриємо дужки та зведемо подібні доданки:  $(7x^2 - 4x + 9) + (-3x^2 + 5x - 7) = 7x^2 - 4x + 9 - 3x^2 + 5x - 7 = 4x^2 + x + 2$ .

Ми записали суму многочленів  $7x^2 - 4x + 9$  і  $-3x^2 + 5x - 7$  у вигляді многочлена  $4x^2 + x + 2$ . Так само можна додавати три і більше многочленів. *Сумою будь-яких многочленів є многочлен або одночлен*, які зазвичай записують у стандартному вигляді.

### Віднімання многочленів

Тепер від многочлена  $5x^2 - 8x + 7$  віднімемо многочлен  $2x^2 - 6x - 5$ . Для цього запишемо різницю цих многочленів, далі розкриємо дужки і зведемо подібні доданки:

$$\begin{aligned} & (5x^2 - 8x + 7) - (2x^2 - 6x - 5) = \\ & = 5x^2 - 8x + 7 - 2x^2 + 6x + 5 = 3x^2 - 2x + 12. \end{aligned}$$

Різницю многочленів  $5x^2 - 8x + 7$  і  $2x^2 - 6x - 5$  ми подали у вигляді многочлена  $3x^2 - 2x + 12$ . *Різницею будь-яких многочленів є многочлен або одночлен*, які зазвичай записують у стандартному вигляді.

### Застосування додавання і віднімання многочленів при розв'язуванні вправ

Розглянемо приклади застосування додавання і віднімання многочленів при розв'язуванні вправ.

**Приклад 1.** Розв'язати рівняння

$$(7x - 5) - (2x^2 + 3x - 7) + (9 - 2x) = 4 - 2x^2.$$

*Розв'язання.* Розкриємо дужки в лівій частині рівняння:

$$7x - 5 - 2x^2 - 3x + 7 + 9 - 2x = 4 - 2x^2.$$

Перенесемо доданки, що містять змінну, у ліву частину рівняння, а ті, що не містять змінної, – у праву. Матимемо:

$$\underline{7x} - \underline{2x^2} - \underline{3x} - \underline{2x} + \underline{2x^2} = 4 + 5 - 7 - 9;$$

$$2x = -7;$$

$$x = -3,5.$$

*Відповідь:*  $-3,5$ .



**Приклад 2.** Довести, що значення виразу

$$(7x^2 - 4x + 5) - (x^2 - 3) + (4 - 2x^2 + 4x)$$

є додатним числом для будь-якого значення змінної.

*Доведення.* Маємо:  $(7x^2 - 4x + 5) - (x^2 - 3) + (4 - 2x^2 + 4x) =$   
 $= 7x^2 - 4x + 5 - x^2 + 3 + 4 - 2x^2 + 4x = 4x^2 + 12.$

Значення виразу  $x^2$  є невід'ємним числом для будь-якого значення  $x$ . Тому й значення виразу  $4x^2$  також є невід'ємним числом для будь-якого значення  $x$ . А отже, значення виразу  $4x^2 + 12$  є додатним для будь-якого значення змінної  $x$ . Твердження задачі доведено.

### Запис многочлена у вигляді суми або різниці многочленів

Іноді виникає потреба розв'язати обернену задачу – записати многочлен у вигляді суми або різниці многочленів. У такому випадку доцільно скористатися правилами взяття виразу в дужки, перед якими стоїть знак «плюс» або «мінус», які вивчали в попередніх класах.

**Приклад 3.** Записати многочлен  $a^2 - b^3 - a + b^7 + 5$  у вигляді:

- 1) суми двох многочленів, один з яких містить змінну  $a$ , а інший її не містить;
- 2) різниці двох многочленів, перший з яких містить змінну  $b$ , а другий її не містить.




*Розв'язання.*

1)  $a^2 - b^3 - a + b^7 + 5 = (a^2 - a) + (-b^3 + b^7 + 5);$

2)  $a^2 - b^3 - a + b^7 + 5 = (-b^3 + b^7) - (-a^2 + a - 5).$

*Відповідь:* 1)  $(a^2 - a) + (-b^3 + b^7 + 5);$

2)  $(-b^3 + b^7) - (-a^2 + a - 5).$

-  Як знайти суму многочленів?  Як знайти різницю многочленів?  
 Які правила допоможуть записати многочлен у вигляді суми або різниці многочленів?



## Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

- 1** **462.** (Усно.) Прочитайте многочлен, який одержимо після розкриття дужок:
- 1)  $a + (b - 5)$ ;                      2)  $y + (3 - m + t)$ ;  
3)  $x - (p - 1)$ ;                      4)  $c - (-b^2 + 1)$ .
- 2** **463.** Знайдіть суму многочленів:
- 1)  $2x^2 + 3x^3 - 1$  та  $5x^3 + 3x^2 + 7$ ;  
2)  $a^3 + 3a^2 + 1$ ,  $2a^2 - 5$  та  $6 - 5a^2$ .
- 464.** Знайдіть суму многочленів:
- 1)  $3m^3 + 5m^2 - 7$  та  $2m^3 + 6$ ;  
2)  $b^2 + 3b - 1$ ,  $2b - 3b^2$  та  $2b^2 + 7$ .
- 465.** Знайдіть різницю многочленів:
- 1)  $4p^3 + 7p^2 - p$  та  $2p^2 + p$ ;  
2)  $m^2 + 2m - 1$  та  $m^3 + 2m - 1$ .
- 466.** Знайдіть різницю многочленів:
- 1)  $2a^3 - 3a^2 + 7$  та  $a^3 - 5a^2 - 8$ ;  
2)  $c^4 + c^3 - 2$  та  $c^3 + 2c^2 - 2$ .
- 467.** Знайдіть суму і різницю виразів:
- 1)  $x + y$  і  $x - y$ ;                      2)  $x - y$  і  $-x + y$ ;  
3)  $-x - y$  і  $y - x$ ;                      4)  $x - y$  і  $y - x$ .
- 468.** Знайдіть суму і різницю виразів:
- 1)  $2a - b$  і  $2a + b$ ;                      2)  $2a - b$  і  $-2a + b$ ;  
3)  $-2a - b$  і  $2a + b$ ;                      4)  $2a - b$  і  $b - 2a$ .
- 469.** Знайдіть суму та різницю многочленів і зведіть їх до многочленів стандартного вигляду:
- 1)  $3x^2 - 2x + 1$  і  $3x^2 - 4$ ;  
2)  $2x + 1$  і  $-3x^2 - 2x - 1$ ;  
3)  $a + 5b$  і  $3a - 5b$ ;  
4)  $m^2 - 2mn - n^2$  і  $m^2 + n^2$ .

**470.** Запишіть суму та різницю першого і другого многочленів і зведіть їх до многочленів стандартного вигляду:

- 1)  $5y^2 + 2y - 10$  і  $3y^2 - y + 7$ ;
- 2)  $5m^3 - m + 3$  і  $4m^2 + m - 4$ ;
- 3)  $5p^2 - 2pq - 7q^2$  і  $3p^2 + 2pq + 5q^2$ .

**471.** Спростіть вираз:

- 1)  $(1 + 2p) + (p^2 - p)$ ;
- 2)  $(5a^2 + a^3) - (-a + 5a^2)$ ;
- 3)  $(x^2 - 5x) + (5x - 13)$ ;
- 4)  $(3b^3 - 5b^2) - (5 + 3b^3 - 2b^2)$ .

**472.** Перетворіть на многочлен стандартного вигляду:

- 1)  $(5ab^2 - 12ab - 7a^2b) - (15ab + 8a^2b)$ ;
- 2)  $\left(\frac{3}{5}a^3b^2 - \frac{3}{4}ab^2\right) - \left(-\frac{5}{8}b^2a - \frac{7}{10}b^2a^3\right)$ ;
- 3)  $(x + y - z) - (-2x + 3y - z) - (-5y + 4z + x)$ ;
- 4)  $(2m - 3n) - (4m - 3mn + 3n^2) - (5mn - 5n^2 - 3n)$ .

**473.** Спростіть вираз:

- 1)  $(15x^2 - 3xy) - (12x^2 - 5xy + y^2)$ ;
- 2)  $(5a^2b - 12ab + 14ab^2) - (-5ab + 14ab^2 - 7a^2b)$ ;
- 3)  $(m + n - 2p) - (-2m + p - 3n) - (4n + 3m - 4p)$ .

**474.** Розв'яжіть рівняння:

- 1)  $5x + 2x^2 - (2x^2 - 10) = 25$ ;
- 2)  $5 - x^3 - (2x + 7 - x^3) = -8$ .

**475.** Розв'яжіть рівняння:

- 1)  $5x^2 + 7x - (2x + 5x^2 - 8) = 8$ ;
- 2)  $2 - 3x^3 - (5x - 3x^3) = -13$ .

**476.** Подайте многочлен у вигляді суми двох многочленів, один з яких містить змінну  $x$ , а інший її не містить:

- 1)  $xa + b - m - xb$ ;
- 2)  $xa^2 - 17a + 5x + 10b$ .

**477.** Запишіть многочлен  $5x^2 - 9x^3 + 7x - x^4 - 1$  у вигляді суми двочлена і тричлена. Знайдіть два розв'язки задачі.

**3** **478.** Для якого значення  $x$ :

- 1) значення різниці одночлена  $5x$  і многочлена  $3x - 5x^2 + 12$  дорівнює значенню многочлена  $7x + 5x^2 - 18$ ;
- 2) значення різниці многочленів  $5x^3 + 3x^2 - x$  і  $2x^3 - 2x^2 + x$  дорівнює значенню многочлена  $5x^2 + 3x^3 + 14$ ?

**479.** Для якого значення змінної  $y$ :

- 1) сума многочленів  $2y^3 - 3y + y^2$  та  $5y - 2y^3 - y^2 + 7$  дорівнює 19;
- 2) різниця двочлена  $5y^2 - 7y$  і тричлена  $2y^2 - 8y + 9$  дорівнює двочлену  $3y^2 - 3y$ ?

**480.** Подайте многочлен у вигляді різниці двох многочленів, перший з яких містить змінну  $y$ , а другий її не містить:

- 1)  $-ya + ux + x - y - a + 1$ ;
- 2)  $-p^2 + y^2 + 2p - 7y - 1$ .

**481.** Який многочлен стандартного вигляду потрібно записати замість пропусків, щоб одержати тотожність:

- 1)  $-( \dots ) = 4p - q$ ;
- 2)  $-( \dots ) = 4m^2 - p^2 + 5$ ;
- 3)  $( \dots ) + 2m^2n - 5mn^2 = 7m^2 - 3mn^2$ ;
- 4)  $7a^2b + 9a^3 + ( \dots ) = 8a^2b$ ;
- 5)  $3 + 2a^2 - 5a + ( \dots ) = 9a^2 - 12$ ;
- 6)  $( \dots ) - (4x^2 - 2xy) = 5 + 5x^2 - 2xy$ ?

**482.** Знайдіть многочлен стандартного вигляду, підставивши який замість  $M$  матимемо тотожність:

- 1)  $-M = 5a - b^2 + 7$ ;
- 2)  $M + (3a^2 - 2ab) = 5a^2 + 3ab - b^2$ ;
- 3)  $M - (3mn - 4n^2) = m^2 - 4mn + n^2$ ;
- 4)  $(7a^2 - b^2 - 9ba) - M = 0$ .

**483.** Велосипедистка була в дорозі 4 год. За першу годину вона проїхала  $x$  км, а за кожну наступну – на 3 км більше, ніж за попередню. Яку відстань проїхала велосипедистка:



- 1) за другу годину;                      2) за третю годину;  
3) за перші три години;              4) за весь час руху?

**484.** Бригада робітників викопала криницю за 5 днів. За перший день вони викопали  $a$  метрів, а за кожний наступний – на 2 метри менше, ніж за попередній. Скільки метрів криниці викопала бригада:

- 1) за другий день;                      2) за третій день;  
3) за перших два дні;                4) за останніх три дні?

**485.** Доведіть тотожність:

- 1)  $(x - y) + (y - p) - (x - p) = 0$ ;  
2)  $(a^2 + b^2 - c^2) - (b^2 - a^2 - c^2) - (a^2 - b^2) = a^2 + b^2$ .

**486.** Доведіть тотожність:

$$(a^3 + a^2 - a) + (2a^2 - 5a + 3a^3) - (4a^3 - 6a + 2a^2) = a^2.$$

**487.** Доведіть, що для будь-яких натуральних значень  $n$  значення виразу  $(15 - 7n) - (7 - 11n)$  є кратним числу 4.

**488.** Доведіть, що для будь-яких натуральних значень  $m$  значення виразу  $(m^2 - 4m + 1) - (m^2 - 9m - 14)$  ділиться на 5.

**489.** Доведіть, що значення виразу

$$\left(\frac{1}{8}a^2b + \frac{3}{5}ab\right) - \left(\frac{7}{10}ab - \frac{3}{4}ba^2\right) - \left(\frac{7}{8}a^2b - \frac{1}{10}ab - 2\right)$$

не залежить від значення змінних.

**490.** Доведіть, що значення виразу

$$(7x^5 - 4x^4 + x^3 - 8) - (3x^5 - 4x^4 + 4x^3) - (4x^5 - 3x^3 + 7)$$

не залежить від значення змінної.

**491.** Знайдіть значення виразу:

1)  $(b^2 + 3b - 8) - (7b^2 - 5b + 7) + (5b^2 - 8b + 10)$ , якщо  $b = -2$ ;

2)  $17x^2 - (3x^2 - 2xy + 3y^2) - (14x^2 + 3xy - 4y^2)$ , якщо  $x = -0,1$ ,  $y = 10$ .

**492.** Знайдіть значення виразу:

1)  $(m^2 - 2m - 8) - (0,1m^2 - 5m + 9) + (4m - 0,9m^2 + 5)$ , якщо  $m = \frac{1}{7}$ ;

2)  $7a^2 - (3ab - 2a^2) + (4ab - 9a^2)$ , якщо  $a = -\frac{1}{8}$ ,  $b = -32$ .

**493.** Подайте многочлен  $3m^2n - 5mn + 4n^2 - 9n - 7$  у вигляді різниці двох многочленів так, щоб усі члени обох многочленів мали додатні коефіцієнти.

**4** **494.** Нехай  $a = 7m^2 + 5mn - n^2$ ,  $b = -6m^2 + 2mn + 3n^2$ ,  $c = m^2 - 2n^2$ . Підставте ці многочлени замість  $a$ ,  $b$ ,  $c$  у вираз і спростіть його:

1)  $a + b + c$ ;            2)  $a - b - c$ .

**495.** Доведіть, що для будь-якого значення  $x$  різниця многочленів  $0,5x^4 + x^3 - 0,2x^2 - 5$  і  $0,3x^4 + x^3 - 0,7x^2 - 9$  набуває додатного значення. Якого найменшого значення набуває ця різниця і для якого значення  $x$ ?

**496.** Доведіть, що сума:

1) трьох послідовних натуральних чисел ділиться на 3;

2) чотирьох послідовних натуральних чисел при діленні на 4 дає в остачі 2.

**497.** Запис  $\overline{xy}$  означає натуральне число, у якому  $x$  десятків і  $y$  одиниць. Доведіть, що:

1) сума чисел  $\overline{xy}$  і  $\overline{yx}$  кратна числу 11;

2) різниця чисел  $\overline{xy}$  і  $\overline{yx}$ , де  $x > y$ , кратна числу 9.

- 498.** Запис  $\overline{xyz}$  означає натуральне число, у якому  $x$  сотень,  $y$  десятків і  $z$  одиниць. Подайте у вигляді многочлена:  
1)  $\overline{xyz}$ ;      2)  $\overline{zyx}$ ;      3)  $\overline{xyz} + \overline{zyx}$ ;      4)  $\overline{yxz} - \overline{yx}$ .



### Вправи для повторення

**499.** Обчисліть значення виразу  $(0,018 + 0,982) : (4 \cdot 0,5 - 0,2)$ .

**500.** Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1)  $-8x \cdot 1,5y$ , якщо  $x = \frac{4}{7}$ ,  $y = -1\frac{3}{4}$ ;

2)  $-2a \cdot (-3,5b) \cdot 5c$ , якщо  $a = -1$ ,  $b = -\frac{2}{5}$ ,  $c = \frac{3}{7}$ .

**501.** Подайте вираз  $2^{60}$  у вигляді степеня з основою:

- 1) 4;      2) 8;      3) 16;      4) 32.



### Життєва математика

**502.** 1) Для 13-річного підлітка мінімальна потреба в молочних продуктах (молоко, кефір, ряжанка) становить 15 % від норми рідини на день. Скільки рідких молочних продуктів має вживати підліток згаданого віку щоденно, якщо потреба його організму в рідині становить 2 літри на день?

2) *Практична діяльність.* Проаналізуйте свій раціон харчування. Чи виконуєте ви зазначені рекомендації?



### Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу

**503.** Розкрийте дужки:

1)  $-0,6d(-5b + 4p - 0,3x)$ ;

2)  $10(0,9x - 2,3y + 0,1z)$ ;

3)  $(-0,3a + 5b - 2c) \cdot (-20)$ ;

4)  $\left(-\frac{1}{6}n + \frac{1}{2}m - 1\frac{1}{3}x\right) \cdot 12$ .



## Цікаві задачі – поміркуй одначе

504. Знайдіть цифри  $a$  і  $b$ , якщо число  $\overline{9ab62}$  кратне числу 36. Укажіть усі можливі розв'язки.

## § 12. Множення одночлена на многочлен

### Правило множення одночлена на многочлен

Помножимо одночлен  $5x$  на многочлен  $3x - 7$ , використовуючи розподільну властивість множення:

$$5x(3x - 7) = 5x \cdot 3x - 5x \cdot 7 = 15x^2 - 35x.$$

Отже, добутком одночлена  $5x$  і многочлена  $3x - 7$  є многочлен  $15x^2 - 35x$ , який одержали, помноживши одночлен на кожний член многочлена і додавши знайдені результати. Маємо *правило множення одночлена на многочлен*:

щоб помножити одночлен на многочлен, потрібно помножити цей одночлен на кожний член многочлена й отримані добутки додати.

Добуток будь-якого одночлена на будь-який многочлен завжди можна подати у вигляді многочлена.

### Застосування правила множення одночлена на многочлен до розв'язування вправ

Розглянемо застосування правила множення одночлена на многочлен при розв'язуванні вправ.

**Приклад 1.** Виконати множення  $-3ab(5a^2 - 2ab + b^2)$ .

*Розв'язання.*  $-3ab(5a^2 - 2ab + b^2) = -3ab \cdot 5a^2 - 3ab \cdot (-2ab) - 3ab \cdot b^2 = -15a^3b + 6a^2b^2 - 3ab^3$ .



Записати це множення можна коротше, пропустивши проміжні результати:  $-3ab(5a^2 - 2ab + b^2) = -15a^3b + 6a^2b^2 - 3ab^3$ .  
Відповідь:  $-15a^3b + 6a^2b^2 - 3ab^3$ .

**Приклад 2.** Спростити вираз  $5m(m^2 - 2) - 2(m^3 - 5m)$ .

*Розв'язання.*

$$5m(m^2 - 2) - 2(m^3 - 5m) = \underline{5m^3} - \underline{10m} - \underline{2m^3} + \underline{10m} = 3m^3.$$

Відповідь:  $3m^3$ .

**Приклад 3.** Спростити вираз  $4ab(2a^2b - a) - 8a(a^2b^2 - ab)$  та знайти його значення, якщо  $a = -\frac{1}{8}$ ;  $b = -4$ .

*Розв'язання.* Спочатку спростимо заданий вираз.

$$4ab(2a^2b - a) - 8a(a^2b^2 - ab) = \underline{8a^3b^2} - \underline{4a^2b} - \underline{8a^3b^2} + \underline{8a^2b} = 4a^2b.$$

Якщо  $a = -\frac{1}{8}$ ;  $b = -4$ , то

$$4a^2b = 4 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)^2 \cdot (-4) = -16 \cdot \frac{1}{64} = -\frac{1}{4} = -0,25.$$

Відповідь:  $4a^2b$ ;  $-0,25$ .

**Приклад 4.** Розв'язати рівняння  $\frac{2x - 1}{3} - \frac{3x + 2}{4} = \frac{x - 14}{12}$ .


*Розв'язання.* Помножимо обидві частини рівняння на найменший спільний знаменник дробів, тобто на 12:

$$12 \left( \frac{2x - 1}{3} - \frac{3x + 2}{4} \right) = 12 \cdot \frac{x - 14}{12}.$$

Маємо: 
$$\frac{12 \cdot (2x - 1)}{3} - \frac{12 \cdot (3x + 2)}{4} = \frac{12 \cdot (x - 14)}{12};$$
$$4(2x - 1) - 3(3x + 2) = x - 14;$$

$$\begin{aligned}
8x - 4 - 9x - 6 &= x - 14; \\
8x - 9x - x &= -14 + 4 + 6; \\
-2x &= -4; \\
x &= 2.
\end{aligned}$$

Відповідь: 2.

 Сформулюйте правило множення одночлена на многочлен.



### Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

**1** 505. (Усно.) Виконайте множення:

- |                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| 1) $x(a - 3)$ ;     | 2) $-p(x + y)$ ;     |
| 3) $m(a - b + 2)$ ; | 4) $-y(x - 3 + p)$ . |

506. Виконайте множення:

- |                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| 1) $a(b - 2)$ ;     | 2) $m(a + c)$ ;      |
| 3) $p(a - b - 3)$ ; | 4) $-b(a - c + 3)$ . |

**2** 507. Виконайте множення одночлена на многочлен:

- |                                 |                                  |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 1) $7a^2(3 - a)$ ;              | 2) $-5x^2(x^3 + 4x)$ ;           |
| 3) $-3c^3(c - 2c^2)$ ;          | 4) $2a^4(a^5 - a^3 - 1)$ ;       |
| 5) $(3x^2 - 5x - 3) \cdot 2x$ ; | 6) $(c^3 + c - 4) \cdot (-3c)$ . |

508. Перетворіть добуток на многочлен:

- 1)  $4xy(x^2 - 2xy - y^2)$ ;
- 2)  $-a^2b(ab^2 - b^2 + a^2)$ ;
- 3)  $(2mn - 3m^2 - 5n^2) \cdot (-4m^2)$ ;
- 4)  $(-2x^2y + 3xy - x^2) \cdot xy^2$ ;
- 5)  $(2,8a^2b - 3,7a^3b - 0,8b) \cdot 10ab^2$ ;
- 6)  $-1,8a^2b^6(5a^2b - 1,5a - 2b^3)$ .

509. Подайте добуток у вигляді многочлена:

- 1)  $4a(a^2 - 2a + 3)$ ;
- 2)  $-3b^2(4b^3 - 2b^2 + 3b - 8)$ ;
- 3)  $(3x^2 - 4x + 12) \cdot (-0,1x^3)$ ;

- 4)  $(p^2 - 9p^3 + 7p - 1) \cdot 3p^4$ ;  
 5)  $7ab(2a^2b - 3ab^2 - 3a^3)$ ;  
 6)  $-6m^2n(m^2n - 3mn^2 - 4n^3)$ ;  
 7)  $(9a^2b - 8ab^3 - a^2b^2) \cdot (-3a^2b^3)$ ;  
 8)  $(p^2q^3 - 2pq^4 + 3p^3) \cdot 5p^3q^2$ .

**510.** Виконайте множення:

- 1)  $\frac{1}{7}a^2b(1,4a^2 - 2,1b^3)$ ;  
 2)  $-\frac{2}{3}x^2y^3\left(1,2y^5 - \frac{9}{10}xy\right)$ ;  
 3)  $\left(1\frac{1}{5}mn^2 - 1\frac{1}{15}m^2\right) \cdot \left(-\frac{5}{6}m^2n\right)$ ;  
 4)  $\left(1\frac{1}{4}m - \frac{5}{6}n\right) \cdot 2\frac{2}{5}m^2n^7$ .

**511.** Виконайте множення:

- 1)  $\frac{1}{4}m^2n(2,4mn - 2,8m^2)$ ;      2)  $-\frac{2}{5}ab^3\left(1,5ab - \frac{5}{6}b^2\right)$ ;  
 3)  $\left(1\frac{1}{2}x^2y - \frac{9}{10}xy^4\right) \cdot \frac{2}{3}xy^3$ ;      4)  $\left(1,5a - \frac{4}{7}b\right) \cdot \left(-\frac{1}{14}a^2b^5\right)$ .

**512.** Подайте у вигляді многочлена:

- 1)  $5(x - 3) - 2(x - 3)$ ;      2)  $5(7a - 1) - 7(5a + 3)$ ;  
 3)  $2b(b - 3) - 5b(b + 7)$ ;      4)  $7y^2(3y - 2) + 4y^2(y + 5)$ .

**513.** Спростіть вираз:

- 1)  $5(3 - 2a) + 7(3a - 1)$ ;      2)  $3(2x - 8) - 3(2x - 5)$ ;  
 3)  $3m(m - 2) - 5m(7 - m)$ ;      4)  $2a^2(3a - 5) + 4a^2(a + 3)$ .

**514.** Перетворіть вираз на многочлен:

- 1)  $5m(m - n) + 3n(n - m)$ ;  
 2)  $2a(2b - 3a) - 3a(5b - 7a)$ ;

- 3)  $a(3a^2 - 2b) - b(5a^2 - 2a)$ ;  
4)  $0,2mn(m^2 - n^2 + 3) - 0,5m(nm^2 - n^3)$ .

**515.** Виконайте дії:

- 1)  $3a(a - b) + 5b(a + b)$ ;  
2)  $3y(x - y) + y(2y - 3x)$ ;  
3)  $p(p^2 - 2a) - a(a^2 - 2p)$ ;  
4)  $3xy(x^2 - y^2 + 7) - 5xy(y^2 + x^2)$ .

**516.** Розв'яжіть рівняння:

- 1)  $6 + 2(5x + 4) = 24$ ;  
2)  $3(5x - 1) = 4(4x - 8)$ ;  
3)  $7 - 4(y - 1) = (3y - 2) \cdot (-2)$ ;  
4)  $3(y - 2) - 5(y + 7) = -7(y - 1)$ .

**517.** Розв'яжіть рівняння:

- 1)  $5(2x - 1) = 3(4x + 5)$ ;      2)  $9 - 5(y + 2) = (7y - 5) \cdot (-3)$ .

**518.** Знайдіть корінь рівняння:

- 1)  $x(x - 3) - 9 = 12 + x^2$ ;      2)  $3x - 2x^2 = 2x(5 - x) + 14$ .

**519.** Знайдіть корінь рівняння:

- 1)  $7 - x(x - 2) = 5 - x^2$ ;  
2)  $3x(x - 5) = 3x^2 - 5x + 20$ .

**520.** Запишіть замість «зірочки» такий одночлен, щоб справджувалася рівність:

- 1)  $(a + b) \cdot \star = am + bm$ ;  
2)  $\star \cdot (x - y) = -nx + ny$ ;  
3)  $\star \cdot (a - b + c) = ax^2 - bx^2 + cx^2$ ;  
4)  $\star \cdot (c - n + p) = -abc + abn - abp$ ;  
5)  $\star \cdot (x^2 - xy) = x^2y^2 - xy^3$ ;  
6)  $(p - 1) \cdot \star = p^2q^2 - pq^2$ .

**3** **521.** Доведіть, що для будь-якого значення  $a$  вираз  
 $a(3a + 1) - a^2(a + 2) + (a^3 - a^2) - (a + 1)$   
набуває одного й того самого значення.

**522.** Доведіть, що значення виразу

$$x(5x^2 - x + 2) - (5x - 2 + 4x^3) - x(x^2 - x - 3)$$

не залежить від значення змінної.

**523.** Доведіть, що вираз тотожно дорівнює нулю:

1)  $a(b - c) + b(c - a) + c(a - b)$ ;

2)  $a(b + c - bc) - b(c + a - ac) + c(b - a)$ .

**524.** Перетворіть вираз на многочлен стандартного вигляду:

1)  $-7a^5b(2b^4 + ab^5 - 3a^2b^6 + a^3b^7)$ ;

2)  $(3x^3 + 5x^2 - 2a - 3a^2)xaу$ ;

3)  $-4pm^3(m^4 - 2p^3m + 7p^6m^7 + 11p^7m^3)$ ;

4)  $\left(-\frac{1}{2}a^2b^9 + \frac{1}{6}ab^7 - \frac{1}{3}a^3b^6\right)(-12a^3b^7)$ .

**525.** Доведіть, що для будь-якого значення змінної  $a$  вираз  $2a^2(a - 5) - a(-6a + 2a^2 + 3a^3) - 4$  набуває від'ємних значень.

**526.** Доведіть, що для будь-якого значення змінної  $m$  вираз  $5(m^2 - 3m + 1) - 3m(m - 5)$  набуває лише додатних значень.

**527.** Перетворіть на многочлен стандартного вигляду:

1)  $3a(5a^2 - 3ab + ab^3 - b^2) \cdot b$ ;

2)  $-xy \cdot (x^2y - 2x^2y^2 + 3xy^3 + x^3) \cdot x^2$ .

**528.** Спростіть вираз і знайдіть його значення. Знайдіть суму всіх отриманих значень і дізнайтеся, скільки разів представники України вигравали в пісенному конкурсі «Євробачення».



1)  $4a - 2(5a - 1) + (8a - 2)$ , якщо  $a = -3,5$ ;

2)  $10(2 - 3x) + 12x - 9(x + 1)$ , якщо  $x = -\frac{1}{27}$ ;

3)  $a(3a - 4b) - b(3b - 4a)$ , якщо  $a = -5$ ,  $b = 5$ ;

4)  $3xy(5x^2 - y^2) - 5xy(3x^2 - y^2)$ , якщо  $x = \frac{1}{8}$ ,  $y = -2$ .

**529.** Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1)  $7a(2a - 0,1) - 0,1a(10a - 7)$ , якщо  $a = \frac{1}{13}$ ;

2)  $4x(2x - 5y) - 2y(4y - 10x)$ , якщо  $x = -15$ ,  $y = 15$ .

**530.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $\frac{5x - 9}{4} + \frac{5x - 7}{4} = 1$ ;

2)  $\frac{3x - 1}{14} - \frac{x}{7} = -2$ ;

3)  $\frac{x - 6}{3} + \frac{2x + 3}{3} = 2x$ ;

4)  $\frac{2 - x}{5} - \frac{x}{15} = \frac{1}{3}$ ;

5)  $2x(1 - 3x) + 5x(3 - x) = 17x - 11x^2$ ;

6)  $(7x^3 + 2x^2 - 4x - 5) - (6x^3 - x^2 + 2x) = 3x^2 - (6x - x^3)$ .

**531.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $\frac{7x - 3}{6} - \frac{5x + 1}{2} = 0$ ;

2)  $\frac{x - 3}{5} - \frac{x}{4} = 1$ ;

3)  $\frac{4x + 1}{6} + \frac{10x + 1}{6} = x$ ;

4)  $\frac{x + 2}{15} = \frac{1}{3} - \frac{x}{5}$ ;

5)  $3x(2 + x) - 4(1 - x^2) = 7x^2 + 6x$ ;

6)  $(x^2 + 4x - 8) - (7x - 2x^2 - 5) = 3x^2 - (3x + 3)$ .

**532.** Для якого значення змінної:

1) значення виразу  $2(3y + 1)$  у 4 рази більше за значення виразу  $3y - 2$ ;

2) добуток виразів  $3x$  і  $2x + 1$  дорівнює сумі виразів  $x(4x - 1)$  і  $2(x^2 - 3)$ ?

**533.** Для виготовлення одного тістечка потрібно на 4 г цукру більше, ніж для виготовлення одного пиріжка або одного пончика. За день у кондитерському цеху було виготовлено 80 тістечок, 50 пончиків і 50 пиріжків. Водночас на всі тістечка витратили на 80 г цукру більше, ніж на всі пончики і пиріжки разом. Скільки грамів цукру потрібно для виготовлення одного тістечка?

**534.** За 8 олівців, 4 ручки і блокнот заплатили 265 грн. Олівець на 17 грн 50 к. дешевший за ручку і на 32 грн 50 к. дешевший за блокнот. Скільки коштують окремо олівець, ручка і блокнот?

**535.** Одна катушка бавовняних ниток коштує 5 грн 40 к., а льняних – 6 грн 50 к. Бабуся для плетіння серветок придбала бавовняних ниток на 6 катушок більше, ніж льняних, витративши на всю покупку 175 грн 20 к. Скільки катушок бавовняних і скільки катушок льняних ниток придбала бабуся?



**536.** Човен плив 3,5 год за течією річки і 2,5 год проти течії. Відстань, яку він проплив за течією річки, на 30 км більша за відстань, яку він проплив проти течії. Знайдіть власну швидкість човна, якщо швидкість течії 2 км/год.

**537.** Якими одночленами потрібно замінити «зірочки», щоб одержати тотожність:

1)  $5ax^2 \cdot (\star + \star) = 5ax^3 + 35ax^2$ ;

2)  $(9a^2 + \star) \cdot 3a = \star + 18a^5$ ;

3)  $(\star - 4mc^2) \cdot \star = 3m^3c^2 - 12m^2c^4$ ;

4)  $(\star - \star) \cdot x^2y^3 = 5x^2y^3 - 7x^2y^4$ ?

**538.** Які одночлени потрібно вписати в клітинки, щоб одержати тотожність:

1)  $3a^2(\square - \square) = 9a^5 - 12a^2$ ;

2)  $(\square + \square) \cdot 5ab^2 = 5ab^2 + 10a^2b^3$ ;

3)  $(\square - 2m^2a) \cdot 7m = 14m^2 - \square$ ;

4)  $(7x^2a - 9xa^2) \cdot \square = 14x^3a^5 - \square$ ?

**4** **539.** Спростіть вираз ( $n$  – натуральне число):

1)  $x^{n+3}(x^{n+4} - x) - x^{2n+7}$ ;

2)  $y^n(y^{n+2} - y^n - y^2) - y^2(y^{2n} - y^n)$ ;

3)  $z^n(z^2 - 1) - z^2(z^n + 2) - 2(z^n - z^2)$ .

### Вправи для повторення

**540.** У яких координатних чвертях лежать точки  $A(4; -8)$ ,  $B(-5; -7)$ ,  $C(1; 17)$ ,  $D(-9; 8)$ ?

**541.** Спростіть:

1)  $(-3a^2b^3)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}ab^2\right)^3$ ;      2)  $(0,1mn^7)^2 \cdot (-10m^2n^3)^3$ .

**542.** Використовуючи властивості степенів, знайдіть значення виразу:

1)  $\frac{24^{17} \cdot 6^{16}}{48^{16} \cdot 3^{17}}$ ;

2)  $\frac{35^9 \cdot 2^7}{5^7 \cdot 14^8}$ .

### Життєва математика

**543.** У багатьох країнах світу, зокрема і в Україні, температуру вимірюють за шкалою Цельсія. А в деяких країнах, наприклад у США, основною шкалою для вимірювання температури є шкала Фаренгейта. Щоб значення температури за Фаренгейтом  $t_F$  перетворити у градуси Цельсія  $t_C$ , користуються формулою  $t_C = 1,8t_F + 32$ .



1) Запишіть формулу, за якою значення температури у градусах Цельсія  $t_C$  можна перетворити у значення температури за шкалою Фаренгейта  $t_F$ .

2) Уявіть, що ваш термометр вимірює температуру тіла за Фаренгейтом. Заповніть таблицю, перетворивши значення температури за Фаренгейтом у значення температури за Цельсієм.

$t_F$	95	95,9	96,8	97,7	98,6	99,5	100,4	101,3	102,2
$t_C$									



### Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу

**544.** Винесіть за дужки спільний множник:

- 1)  $7a - 7b$ ;    2)  $-2y - 2x$ ;    3)  $9n + 9m$ ;    4)  $bx + by$ ;  
5)  $3m - mx$ ;    6)  $7t + 7$ ;    7)  $5ap + 5pb$ ;    8)  $4ax - 4bx$ .



### Цікаві задачі – поміркуй одначе

**545.** Відомо, що для деяких натуральних значень  $a$  і  $b$  значення виразу  $6a + b$  кратне числу 7. Доведіть, що для тих самих значень  $a$  і  $b$  значення виразу  $6b + a$  також кратне числу 7.

## § 13. Розкладання многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки

### Розкладання многочлена на множники



У 5 класі ми розкладали складені числа на прості множники, тобто подавали натуральні числа у вигляді добутку. Наприклад,  $12 = 2^2 \cdot 3$ ;  $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$  тощо.

Подати у вигляді добутку можна і деякі многочлени. Це означає, що ці многочлени можна розкласти на множники.

Наприклад,  $5x - 5y = 5(x - y)$ ;  $a^3 + 3a^2 = a^2(a + 3)$  тощо.

**Розкласти многочлен на множники** означає подати його у вигляді добутку одночлена на многочлен або добутку кількох многочленів так, щоб цей добуток був тотожно рівним даному многочлену.

## Винесення спільного множника за дужки

Розглянемо один із способів розкладання многочлена на множники – **винесення спільного множника за дужки**. Одним з відомих нам прикладів такого розкладання є розподільна властивість множення  $a(b + c) = ab + ac$ , якщо її записати у зворотному порядку:  $ab + ac = a(b + c)$ . Цей запис означає, що многочлен  $ab + ac$  розклали на два множники  $a$  та  $b + c$ .

Під час розкладання на множники многочлена із цілими коефіцієнтами множник, який виносять за дужки, обирають так, щоб члени многочлена, який залишиться в дужках, не мали спільного буквеного множника, а модулі їхніх коефіцієнтів не мали спільних дільників.

Розглянемо кілька прикладів.

**Приклад 1.** Розкласти вираз на множники:

1)  $8m + 4$ ;      2)  $at + 7ap$ ;      3)  $15a^3b - 10a^2b^2$ .

**Розв'язання.** 1) Спільним множником є число 4, тому

$$8m + 4 = \underline{4} \cdot 2m + \underline{4} \cdot 1 = 4(2m + 1).$$

2) Спільним множником є змінна  $a$ , тому  $at + 7ap = a(t + 7p)$ .

3) У цьому разі спільним числовим множником є найбільший спільний дільник чисел 10 і 15 – число 5, а спільним буквеним множником є одночлен  $a^2b$ . Отже,

$$15a^3b - 10a^2b^2 = \underline{5a^2b} \cdot 3a - \underline{5a^2b} \cdot 2b = 5a^2b(3a - 2b).$$

**Відповідь:** 1)  $4(2m + 1)$ ; 2)  $a(t + 7p)$ ; 3)  $5a^2b(3a - 2b)$ .

**Приклад 2.** Розкласти на множники:

1)  $2m(b - c) + 3p(b - c)$ ;

2)  $x(y - t) + c(t - y)$ .

*Розв'язання.*

1) У цьому разі спільним множником є двочлен  $b - c$ . Отже,  $2m(b - c) + 3p(b - c) = (b - c)(2m + 3p)$ .

2) Доданки мають множники  $y - t$  і  $t - y$ , які є протилежними виразами. Тому в другому доданку винесемо за дужки множник  $-1$ , одержимо:  $c(t - y) = -c(y - t)$ .

Отже,  $x(y - t) + c(t - y) = x(y - t) - c(y - t) = (y - t)(x - c)$ .

*Відповідь:* 1)  $(b - c)(2m + 3p)$ ; 2)  $(y - t)(x - c)$ .

Для перевірки правильності розкладання на множники слід перемножити отримані множники. Результат має дорівнювати даному многочлену.

## Розв'язування рівнянь за допомогою розкладання многочлена на множники

Розкладання многочленів на множники часто спрощує процес розв'язування рівняння.

**Приклад 3.** Знайти корені рівняння  $5x^2 - 7x = 0$ .

*Розв'язання.* Розкладемо ліву частину рівняння на множники винесенням спільного множника за дужки:  $x(5x - 7) = 0$ . Враховуючи, що добуток дорівнює нулю тоді й тільки тоді, коли хоча б один із множників дорівнює нулю, матимемо:  $x = 0$  або  $5x - 7 = 0$ , отже,  $x = 0$  або  $x = 1,4$ .

*Відповідь:* 0; 1,4.

Зауважимо, що такий спосіб розв'язування рівняння можна застосовувати, лише коли права частина рівняння дорівнює 0. Рівняння  $5x^2 - 7x = 12$ ,  $5x^2 - 7x = 40$  тощо таким способом розв'язувати не можна.

? Яке перетворення називають розкладанням многочлена на множники? **o** На прикладі многочлена  $ab + ac$  поясніть, як виконують розкладання на множники за допомогою винесення спільного множника за дужки.



## Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

- 1** **546.** (Усно.) Знайдіть спільний множник у виразі:  
1)  $5x + 5y$ ;      2)  $7a - 7$ ;      3)  $ab + at$ ;      4)  $ma - pm$ .
- 547.** (Усно.) Розкладіть на множники:  
1)  $am + an$ ;      2)  $12x - 12y$ ;      3)  $tm - tc$ ;      4)  $2c + 2m$ .
- 548.** Винесіть за дужки спільний множник:  
1)  $5a + 5c$ ;      2)  $7x - 7y$ ;      3)  $ap - ab$ ;      4)  $mx + yx$ .
- 549.** Винесіть за дужки спільний множник:  
1)  $2u - 2p$ ;      2)  $7x + 7y$ ;      3)  $at + bt$ ;      4)  $ma - mc$ .
- 2** **550.** (Усно.) Чи правильно виконано розкладання на множники:  
1)  $7a + 7 = 7a$ ;      2)  $5m - 5 = 5(m - 5)$ ;  
3)  $2a - 2 = 2(a - 1)$ ;      4)  $7xy - 14x = 7x(y - 2)$ ;  
5)  $5mn + 5n = 5m(n + 3)$ ;      6)  $7ab + 8cb = 15b(a + c)$ ?
- 551.** Запишіть суму у вигляді добутку:  
1)  $3a + 12b$ ;      2)  $-6a - 9x$ ;      3)  $17a + 17$ ;  
4)  $-ab - a$ ;      5)  $14a - 21x$ ;      6)  $8b - 8$ .
- 552.** Розкладіть на множники:  
1)  $4m - 16a$ ;      2)  $-12m + 18a$ ;      3)  $14m - 14$ ;  
4)  $-xb - b$ ;      5)  $8p + 8$ ;      6)  $20b - 30c$ .
- 553.** Розкладіть на множники:  
1)  $5ab + 5xb$ ;      2)  $2xy - 8y$ ;      3)  $-5ab + 5a$ ;  
4)  $7a + 21ay$ ;      5)  $9x^2 - 27x$ ;      6)  $3a - 9a^2$ ;  
7)  $m^2 - ma$ ;      8)  $12ax - 4a^2$ ;      9)  $-18xy + 24y^2$ ;  
10)  $a^2b - ab^2$ ;      11)  $pm - p^2m$ ;      12)  $-x^2y^2 - xy$ .

**554.** Винесіть за дужки спільний множник:

- |                   |                   |                     |
|-------------------|-------------------|---------------------|
| 1) $7ax - 7bx$ ;  | 2) $3ab + 9a$ ;   | 3) $6xm - 8xn$ ;    |
| 4) $15xy + 5x$ ;  | 5) $9m^2 - 18m$ ; | 6) $15m - 30m^2$ ;  |
| 7) $9xy + 6x^2$ ; | 8) $a^2b - ab$ ;  | 9) $-p^2q - pq^2$ . |

**555.** Розкладіть на множники:

- |                     |                     |                     |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| 1) $x^3 - x^2$ ;    | 2) $a^4 + a^2$ ;    | 3) $m^3 - m^5$ ;    |
| 4) $a^3 + a^7$ ;    | 5) $3b^2 - 9b^3$ ;  | 6) $7a^3 + 6a$ ;    |
| 7) $4y^2 + 12y^4$ ; | 8) $5m^5 + 15m^2$ ; | 9) $-16a^4 - 20a$ . |

**556.** Розкладіть на множники:

- |                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| 1) $m^4 - m^2$ ;    | 2) $a^4 + a^5$ ;     |
| 3) $6a - 12a^3$ ;   | 4) $18p^3 - 12p^2$ ; |
| 5) $14b^3 + 7b^4$ ; | 6) $-25m^3 - 20m$ .  |

**557.** Запишіть суму  $6x^2y + 15x$  у вигляді добутку і знайдіть його значення, якщо  $x = -0,5$ ,  $y = 5$ .

**558.** Запишіть вираз  $12a^2b - 8a$  у вигляді добутку і знайдіть його значення, якщо  $a = 2$ ,  $b = \frac{1}{3}$ .

**559.** Винесіть за дужки спільний множник:

- |                        |                            |
|------------------------|----------------------------|
| 1) $a^4 + a^3 - a^2$ ; | 2) $m^9 - m^2 + m^7$ ;     |
| 3) $b^6 + b^5 - b^9$ ; | 4) $-y^7 - y^{12} - y^3$ . |

**560.** Подайте у вигляді добутку:

- |                        |                           |
|------------------------|---------------------------|
| 1) $p^7 + p^3 - p^4$ ; | 2) $a^{10} - a^5 + a^8$ ; |
| 3) $b^7 - b^5 - b^2$ ; | 4) $-m^8 - m^2 - m^4$ .   |

**561.** Обчисліть зручним способом:

- |                                    |                                   |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $132 \cdot 27 + 132 \cdot 73$ ; | 2) $119 \cdot 37 - 19 \cdot 37$ . |
|------------------------------------|-----------------------------------|

**562.** Розв'яжіть рівняння:

- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| 1) $x^2 - 2x = 0$ ; | 2) $x^2 + 4x = 0$ . |
|---------------------|---------------------|

**563.** Знайдіть корені рівняння:

- |                     |                     |
|---------------------|---------------------|
| 1) $x^2 + 3x = 0$ ; | 2) $x^2 - 7x = 0$ . |
|---------------------|---------------------|

**3** 564. Розкладіть многочлен на множники:

- 1)  $4a^3 + 2a^2 - 8a$ ;                      2)  $9b^3 - 3b^2 - 27b^5$ ;  
3)  $16m^2 - 24m^6 - 32m^3$ ;              4)  $-5b^3 - 20b^2 - 25b^5$ .

565. Винесіть за дужки спільний множник:

- 1)  $5c^8 - 5c^7 + 10c^4$ ;                      2)  $9m^4 + 27m^3 - 81m$ ;  
3)  $8p^7 - 4p^5 + 10p^3$ ;                      4)  $21b - 28b^4 - 14b^3$ .

566. Винесіть за дужки спільний множник:

- 1)  $7m^4 - 21m^2n^2 + 14m^3$ ;              2)  $12a^2b - 18ab^2 + 30ab^3$ ;  
3)  $8x^2y^2 - 4x^3y^5 + 12x^4y^3$ ;              4)  $-5p^4q^2 - 10p^2q^4 + 15p^3q^3$ .

567. Розкладіть многочлен на множники:

- 1)  $12a - 6a^2x^2 - 9a^3$ ;  
2)  $12b^2y - 18b^3 - 30b^4y$ ;  
3)  $16bx^2 - 8b^2x^3 + 24b^3x$ ;  
4)  $60m^4n^3 - 45m^2n^4 + 30m^3n^5$ .

568. Обчисліть зручним способом:

- 1)  $843 \cdot 743 - 743^2$ ;  
2)  $1103^2 - 1103 \cdot 100 - 1103 \cdot 3$ .

569. Знайдіть значення виразу:

- 1)  $4,23a - a^2$ , якщо  $a = 5,23$ ;  
2)  $x^2y + x^3$ , якщо  $x = 2,51$ ,  $y = -2,51$ ;  
3)  $am^5 - m^6$ , якщо  $m = -1$ ,  $a = -5$ ;  
4)  $-xy - x^2$ , якщо  $x = 2,7$ ,  $y = 7,3$ .

570. Знайдіть значення виразу:

- 1)  $9,11a + a^2$ , якщо  $a = -10,11$ ;  
2)  $5ax^2 + 5a^2x$ , якщо  $a = \frac{2}{5}$ ;  $x = \frac{3}{5}$ .

571. Розкладіть вираз на множники:

- 1)  $2p(x - y) + q(x - y)$ ;              2)  $a(x + y) - (x + y)$ ;  
3)  $(a - 7) - b(a - 7)$ ;                      4)  $5(a + 1) + (a + 1)^2$ ;  
5)  $(x + 2)^2 - x(x + 2)$ ;                      6)  $-5m(m - 2) + 4(m - 2)^2$ .

**572.** Подайте вираз у вигляді добутку:

- 1)  $a(x - y) + b(y - x)$ ;
- 2)  $p(b - 5) - n(5 - b)$ ;
- 3)  $7x(2b - 3) + 5y(3 - 2b)$ ;
- 4)  $(x - y)^2 - a(y - x)$ ;
- 5)  $5(x - 3)^2 - (3 - x)$ ;
- 6)  $(a + 1)(2b - 3) - (a + 3)(3 - 2b)$ .

**573.** Розкладіть на множники:

- 1)  $3x(b - 2) + y(b - 2)$ ;
- 2)  $(m^2 - 3) - x(m^2 - 3)$ ;
- 3)  $a(b - 9) + c(9 - b)$ ;
- 4)  $7(a + 2) + (a + 2)^2$ ;
- 5)  $(c - m)^2 - 5(m - c)$ ;
- 6)  $-(x + 2y) - 5(x + 2y)^2$ .

**574.** Знайдіть корені рівняння:

- 1)  $4x^2 - x = 0$ ;
- 2)  $7x^2 + 28x = 0$ ;
- 3)  $\frac{1}{9}x^2 + x = 0$ ;
- 4)  $\frac{2}{11}x^2 - \frac{3}{11}x = 0$ .

**575.** Розв'яжіть рівняння:

- 1)  $12x^2 + x = 0$ ;
- 2)  $0,2x^2 - 2x = 0$ ;
- 3)  $\frac{1}{14}x^2 - x = 0$ ;
- 4)  $1\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x = 0$ .

**576.** Розв'яжіть рівняння:

- 1)  $x(3x + 2) - 5(3x + 2) = 0$ ;
- 2)  $2x(x - 2) - 5(2 - x) = 0$ .

**577.** Розв'яжіть рівняння:

- 1)  $x(4x + 5) - 7(4x + 5) = 0$ ;
- 2)  $7(x - 3) - 2x(3 - x) = 0$ .

**578.** Доведіть, що значення виразу:

- 1)  $17^3 + 17^2$  кратне числу 18;
- 2)  $9^{14} - 81^6$  кратне числу 80.

**579.** Доведіть, що значення виразу:

- 1)  $39^9 - 39^8$  ділиться на 38;
- 2)  $49^5 - 7^8$  ділиться на 48.

**4** **580.** Винесіть за дужки спільний множник:

- 1)  $(5m - 10)^2$ ;
- 2)  $(18a + 27b)^2$ .

**581.** Знайдіть корені рівняння:

1)  $x(x - 3) = 7x - 21$ ;

2)  $2x(x - 5) = 20 - 4x$ .

**582.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $x(x - 2) = 4x - 8$ ;

2)  $3x(x - 4) = 28 - 7x$ .

**583.** Доведіть, що число:

1)  $10^4 + 5^3$  ділиться на 9;

2)  $4^{15} - 4^{14} + 4^{13}$  ділиться на 13;

3)  $27^3 - 3^7 + 9^3$  ділиться на 25;

4)  $21^3 + 14^3 - 7^3$  ділиться на 34.



### Вправи для повторення

**584.** Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1)  $-3x^2 + 7x^2 - 4x^2 + 3x^2$ , якщо  $x = 0,1$ ;

2)  $8m + 5n - 7m + 15n$ , якщо  $m = 7$ ,  $n = -1$ .

**585.** Запишіть замість «зірочок» такі коефіцієнти одночленів, щоб рівність перетворилася на тотожність:

1)  $2m^2 - 4mn + n^2 + (\star m^2 - \star mn - \star n^2) = 3m^2 - 9mn - 5n^2$ ;

2)  $7x^2 - 10y^2 - xy - (\star x^2 - \star xy + \star y^2) = -x^2 + 3y^2 + xy$ .

**586.** Довжина прямокутника втричі більша за його ширину. Якщо довжину прямокутника зменшити на 5 см, то його площа зменшиться на 40 см<sup>2</sup>. Знайдіть довжину і ширину прямокутника.



### Життєва математика

**587.** Ширина проїзної частини 16 м. Швидкість руху Марічки 1,5 м/с. Чи встигне вона перейти пішохідний перехід на зелений сигнал світлофора, який триває 25 с? Чи встигне Марічка перевести через проїзну частину бабусю, швидкість якої 0,8 м/с?





## Цікаві задачі – поміркуй одначе

588. Відомо, що  $a < b < c$ . Чи можуть одночасно справджуватися нерівності  $|a| > |c|$  і  $|b| < |c|$ ?

### § 14. Множення многочлена на многочлен

#### Правило множення многочлена на многочлен

Помножимо многочлен  $a + b$  на многочлен  $x + y$ . Позначимо многочлен  $x + y$  буквою  $m$ . Маємо:

$$(a + b)(x + y) = (a + b)m = am + bm.$$

У виразі  $am + bm$  підставимо замість  $m$  многочлен  $x + y$  і знову скористаємося правилом множення одночлена на многочлен:

$$am + bm = a(x + y) + b(x + y) = ax + ay + bx + by.$$

Отже,  $(a + b)(x + y) = ax + ay + bx + by$ .

Многочлен  $ax + ay + bx + by$  є сумою всіх одночленів, які одержано множенням кожного члена многочлена  $a + b$  на кожний член многочлена  $x + y$ .

Приходимо до *правила множення многочлена на многочлен*.

Щоб помножити многочлен на многочлен, потрібно кожний член одного многочлена помножити на кожний член другого многочлена й одержані добутки додати.

Процес множення многочлена на многочлен можна подати схематично:

$$(a + b)(x + y) = ax + ay + bx + by.$$

## Застосування правила множення многочлена на многочлен до розв'язування вправ

Результатом множення многочлена на многочлен є многочлен. Якщо перший із співмножників добутку містить  $m$  членів, а другий –  $n$  членів, то, перемноживши їх, одержимо многочлен, що міститиме  $mn$  членів, а після зведення подібних доданків ця кількість може зменшитися.

**Приклад 1.** Виконати множення  $(2x - y)(4x - 3xy + 2y)$ .

*Розв'язання.*  $(2x - y)(4x - 3xy + 2y) = 2x \cdot 4x - 2x \cdot 3xy + 2x \cdot 2y - y \cdot 4x + y \cdot 3xy - y \cdot 2y = 8x^2 - 6x^2y + 4xy - 4xy + 3xy^2 - 2y^2 = 8x^2 - 6x^2y + 3xy^2 - 2y^2$ .

*Відповідь:*  $8x^2 - 6x^2y + 3xy^2 - 2y^2$ .

**Приклад 2.** Спростити вираз  $(2x - 7)(x - 3) - 2x(x + 4)$ .

*Розв'язання.*  $(2x - 7)(x - 3) - 2x(x + 4) = 2x^2 - \underline{6x} - \underline{7x} + 21 - 2x^2 - \underline{8x} = -21x + 21$ .

*Відповідь:*  $-21x + 21$ .

**Приклад 3.** Довести, що значення виразу

$$n(n - 3) - (n - 2)(n - 3) + 8$$

є парним числом для всіх натуральних значень  $n$ .

*Доведення.* На першому етапі виконаємо множення многочленів  $(n - 2)(n - 3)$  і запишемо його в дужках. Маємо:

$$n^2 - 3n - (n^2 - 2n - 3n + 6) + 8.$$

Розкриємо дужки, перед якими стоїть знак «мінус». Отримаємо  $n^2 - 3n - n^2 + 2n + 3n - 6 + 8 = 2n + 2 = 2(n + 1)$ .

Якщо  $n$  – натуральне число, то  $n + 1$  – також натуральне число. Тому значення виразу  $2(n + 1)$  є парним числом для будь-якого натурального значення  $n$ . Тому і значення виразу  $n(n - 3) - (n - 2)(n - 3) + 8$  є парним числом для всіх натуральних значень  $n$ .

Твердження задачі доведено.



Якщо потрібно перемножити більше ніж два многочлени, то спочатку перемножують деякі два з них, потім отриманий результат множать на третій многочлен і так само далі.

**Приклад 4.** Виконати множення  $(x - 2)(x + 3)(x + 1)$ .

*Розв'язання.* Спочатку перемножимо перший і другий многочлени та отриманий результат помножимо на третій многочлен:

$$(x - 2)(x + 3)(x + 1) = (x^2 + \underline{3x} - \underline{2x} - 6)(x + 1) = (x^2 + x - 6) \times (x + 1) = x^3 + x^2 + x^2 + \underline{x} - \underline{6x} - 6 = x^3 + 2x^2 - 5x - 6.$$

*Відповідь:*  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ .

 Сформулюйте правило множення многочлена на многочлен.  Як перемножити більше ніж два многочлени?



## Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

**1** 589. (Усно.) Знайдіть добуток:

- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| 1) $(x + y)(a + t)$ ; | 2) $(a - 2)(b + 1)$ ; |
| 3) $(7 - p)(b - c)$ ; | 4) $(1 - m)(2 - d)$ . |

590. Виконайте множення:

- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| 1) $(a - b)(x + m)$ ; | 2) $(c + n)(a + y)$ ; |
| 3) $(p - t)(c - y)$ ; | 4) $(a + 3)(b - 2)$ . |

591. Перемножте двочлени:

- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| 1) $(c - 7)(x + 1)$ ; | 2) $(a + b)(p + y)$ ; |
| 3) $(b + 2)(y - 4)$ ; | 4) $(c - b)(a - x)$ . |

**2** 592. Спростіть вираз:

- |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|
| 1) $(a + 3)(a + 2)$ ;   | 2) $(y - 2)(y + 4)$ ;   |
| 3) $(2 - p)(p + 1)$ ;   | 4) $(b - 5)(2b + 1)$ ;  |
| 5) $(3a - 4)(2a + 1)$ ; | 6) $(5y - 3)(1 - 2y)$ . |

**593.** Спростіть вираз:

1)  $(y + 2)(y - 3)$ ;

2)  $(a - 3)(a - 2)$ ;

3)  $(4 - p)(p + 3)$ ;

4)  $(5a - 2)(a + 3)$ ;

5)  $(4b - 3)(2b - 1)$ ;

6)  $(7m - 2)(1 + 2m)$ .

**594.** Подайте вираз у вигляді многочлена стандартного вигляду:

1)  $(2 + 4x)(2y - 1)$ ;

2)  $(x^2 + a)(x - a^2)$ ;

3)  $(4p - 2m)(3p + 5m)$ ;

4)  $(2x^2 - 1)(3x + 1)$ ;

5)  $(7x^2 - 4x)(3x - 2)$ ;

6)  $(b - 2)(3b^3 - 4b^2)$ ;

7)  $(m^2 - 2m)(3m - 7m^2)$ ;

8)  $(n^3 - 2n^2)(n + 7)$ .

**595.** Спростіть вираз:

1)  $(3m^2 - p)(m^2 + p)$ ;

2)  $(5a^2 + b)(b^2 - 4a^2)$ ;

3)  $(12a^2 - 3)(5a - 7a^2)$ ;

4)  $(2a^3 - 3a^2)(a + 5)$ .

**596.** Виконайте множення:

1)  $(m - n)(a + b - 1)$ ;

2)  $(3 - a)(p + 5 - m)$ ;

3)  $(a + x - 3)(n + 2)$ ;

4)  $(c - d - 7)(x + y)$ .

**597.** Перетворіть вираз на многочлен:

1)  $(a + b)(m - 2 + p)$ ;

2)  $(5 - x)(m - n - p)$ ;

3)  $(x + y - 2)(a - m)$ ;

4)  $(p + q + 3)(-a - x)$ .

**598.** Виконайте дії:

1)  $(2x + 7)(2x - 4) + 28$ ;

2)  $5m^2 + (3 - 5m)(m + 2)$ ;

3)  $(a + 7)(a - 2) - a(a + 5)$ ;

4)  $(2b + 1)(3b - 1) - (6b^2 - 1)$ .

**599.** Спростіть вираз:

1)  $(2p - 1)(3p + 5) - 6p^2$ ;

2)  $12 + (3m - 2)(5m + 6)$ ;

3)  $(m + 3)(m - 5) - m(m - 2)$ ;

4)  $(3a - 2)(4a + 1) - (12a^2 - 2)$ .

**600.** Перетворіть вираз на многочлен стандартного вигляду і знайдіть його значення:

1)  $(2a - 3)(3a + 5) - 6a^2$ , якщо  $a = 13,5$ ;

2)  $(5x - 1)(1 - 2x) - 7x$ , якщо  $x = -2$ .

**601.** Спростіть вираз і обчисліть його значення:

1)  $(7x + 3)(2x - 1) - 14x^2$ , якщо  $x = -8$ ;

2)  $(2a + 4)(1 - 3a) + 10a$ , якщо  $a = -1$ .

**602.** Виконайте дії:

1)  $x(x - 5) + (x + 4)(x + 2)$ ;

2)  $(m + 3)(m - 4) - m(m - 1) + 5$ ;

3)  $(a + 3)a - (a + 1) + (4 - a)(4 + a)$ ;

4)  $(y + 2)(y - 3) - 2y(1 - y)$ .

**603.** Спростіть вираз:

1)  $(5x - 1)(4x + 7) - 4x(5x - 8)$ ;

2)  $(a + 3)(a - 2) - a(a + 9) + 6$ ;

3)  $2x(3x - 1) + (x - 9)(5x - 6)$ ;

4)  $(2x + 3)(5x - 4) - 2x(x - 3) - 13(x - 1)$ .

**604.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $(x - 1)(x + 2) - x^2 = -8$ ;      2)  $(3x + 1)(5 - 2x) + 6x^2 = 5$ .

**605.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $(x + 3)(2x - 1) - 2x^2 = 7$ ;      2)  $10x^2 + (5x - 1)(4 - 2x) = -4$ .

**3** **606.** Перетворіть вираз на многочлен стандартного вигляду:

1)  $(a^2 + ab - b^2)(a - b)$ ;

2)  $(x^2 - xy - y^2)(x + y)$ ;

3)  $(m - n)(-m^2 - 3mn + n^2)$ ;

4)  $(p - 2)(p^2 + 3p - 4)$ ;

5)  $(9 - 4m - m^2)(m - 2)$ ;

6)  $(y^2 - 3y - 7)(4y - 2)$ .

**607.** Виконайте множення та спростіть одержаний вираз:

1)  $(a + b)(-a^2 + ab - b^2)$ ;

2)  $(x - y)(-x^2 - xy + y^2)$ ;

3)  $(7a^2 + a - 1)(a + 1)$ ;

4)  $(2m^2 - 3m - 2)(m + 5)$ .

**608.** Перетворіть на многочлен стандартного вигляду:

1)  $(3m + 2n)(9m^2 - 6mn + 4n^2)$ ;

2)  $(4x^2 + 10xy + 25y^2)(2x - 5y)$ ;

3)  $(-x^2 + 3xa - a^2)(x + 2a)$ ;

4)  $(3m - x)(5mx - m^2 + x^2)$ .

**609.** Подайте добуток у вигляді многочлена:

1)  $(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)$ ;      2)  $(9a^2 - 2ab - b^2)(3a + 2b)$ .

**610.** Виконайте дії:

1)  $9m^2 - (3m - 2)(3m + 7)$ ;  
2)  $18y - (3y + 1)(6y + 4)$ ;  
3)  $(a + 4)a - (a + 2)(a - 2)$ ;  
4)  $(b + 7)(b + 1) - (b + 8)(b - 1)$ .

**611.** Спростіть вираз:

1)  $8x - (x + 5)(x + 3)$ ;  
2)  $a(a + 8) - (a + 2)(a - 5)$ ;  
3)  $12x^2 + 5 - (4x + 7)(3x - 1)$ ;  
4)  $(x + 1)(x - 5) - (x + 3)(x - 7)$ .

**612.** Перетворіть на многочлен стандартного вигляду:

1)  $a^2(a - 2)(a + 5)$ ;      2)  $-5m^2(m - 1)(2 - m)$ ;  
3)  $-4x^3(2x - 3)(x - x^2)$ ;      4)  $0,2b^2(5b + 10)(b^2 - 2)$ .

**613.** Розкрийте дужки і спростіть одержаний вираз:

1)  $m^2(m - 4)(m + 2)$ ;      2)  $-a^2(2a - 3)(3a + 7)$ ;  
3)  $-5b^3(2b + b^2)(b - 1)$ ;      4)  $0,5x^2(2x - 6)(x^2 + x)$ .

**614.** Доведіть тотожність:

1)  $(m - 3)(m + 7) - 10 = (m + 8)(m - 4) + 1$ ;  
2)  $(2x - 1)(3x + 5) + 9x = (3x - 1)(2x + 5) + 3x$ .

**615.** Доведіть, що для кожного значення змінної  $a$ :

1) значення виразу  $(a - 8)(a + 3) - (a - 7)(a + 2)$  дорівнює  $-10$ ;  
2) значення виразу  $(a^2 - 2)(a^2 + 5) - (a^2 - 4)(a^2 + 4) - 3a^2$  дорівнює  $6$ .

**616.** Доведіть, що значення виразу не залежить від значення змінної:

1)  $(m - 7)(m + 1) - (m + 2)(m - 8)$ ;  
2)  $a^2(a^2 - 1) - (a^2 - 2)(a^2 + 3) + 2a^2$ .

- 617.** Доведіть, що для будь-якого значення змінної  $a$  значення виразу  $(a + 7)(a - 3) - 4(a - 8)$  є додатним числом.
- 618.** Запишіть вираз у вигляді многочлена:  
 1)  $(x - y)^2$ ;                      2)  $(p + 2a)^2$ ;  
 3)  $(4x - 3y)^2$ ;                    4)  $(7a + 2b)^2$ .
- 619.** Перетворіть вираз на многочлен:  
 1)  $(2a - 3b)^2$ ;                    2)  $(4x + 5y)^2$ .
- 620.** Спростіть вираз і обчисліть його значення:  
 1)  $(2x^2 - x)(3x^2 + x) - (x^2 + x)(6x^2 - 2x)$ , якщо  $x = -2$ ;  
 2)  $(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2) - 8b^3$ , якщо  $a = 3$ ,  $b = -2015$ .
- 621.** Спростіть вираз і знайдіть його значення:  
 1)  $(x - 9)(x + 9) - (x - 3)(x + 27)$ , якщо  $x = 1\frac{1}{8}$ ;  
 2)  $8a^3 - (2a - 3b)(4a^2 + 6ab + 9b^2)$ , якщо  $a = -\frac{7}{8}$ ,  $b = \frac{1}{3}$ .
- 622.** Знайдіть корені рівняння:  
 1)  $4x - (x + 2)(x - 3) = (5 - x)(x + 3)$ ;  
 2)  $2x(x + 1) - (x + 2)(x - 3) = x^2 + 7$ .
- 623.** Розв'яжіть рівняння:  
 1)  $x(2x - 5) - x^2 = 2 - (x - 1)(2 - x)$ ;  
 2)  $2x^2 - (x + 1)(x + 19) = (x + 3)(x - 2) + 8$ .
- 624.** Замість «зірочки» запишіть такі одночлени, щоб рівність стала тотожністю:  
 1)  $(x - 1)(\star + 3) = x^2 + \star - \star$ ;  
 2)  $(y + 2)(y - \star) = \star + y - \star$ .
- 625.** Доведіть, що для будь-якого натурального значення  $n$  значення виразу:  
 1)  $(n + 2)(n + 3) - n(n - 1)$  є кратним числу 6;  
 2)  $(n - 5)(n + 8) + (n + 1)(2n - 5) + 46$  при діленні на 3 дає в остачі 1.

- 626.** Знайдіть три послідовних натуральних числа, якщо квадрат меншого з них на 44 менший від добутку двох інших.
- 627.** Дано два добутки  $27 \cdot 18$  і  $12 \cdot 42$ . На яке одне й те саме число потрібно зменшити кожен із чотирьох множників, щоб значення нових добутків стали між собою рівними?
- 628.** Дано два добутки  $22 \cdot 15$  і  $27 \cdot 12$ . На яке одне й те саме число потрібно збільшити кожен із чотирьох множників, щоб значення нових добутків стали між собою рівними?
- 4** **629.** Виконайте множення:  
1)  $(a^2 - 2a + 1)(a^2 + 3a - 7)$ ;  
2)  $(7 - 2b + 3b^2)(2b^2 - 2b - 1)$ .
- 630.** Виконайте множення:  
1)  $(x^2 - x - 1)(x^2 + 3x + 5)$ ;  
2)  $(7 - a - 2a^2)(a^2 + 3a - 1)$ .
- 631.** Знайдіть чотири послідовних цілих числа, якщо добуток двох більших з них на 78 більший за добуток двох менших.
- 632.** Знайдіть чотири послідовних натуральних числа, якщо добуток двох менших з них на 102 менший від добутку двох більших.
- 633.** Перетворіть вираз на многочлен стандартного вигляду:  
1)  $(a + 2)(a - 1)(a + 3)$ ;  
2)  $(a - 4)(a - 7)(a + 1)$ .
- 634.** Виконайте множення:  
1)  $(x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$ ;  
2)  $(b - 1)(b^4 + b^3 + b^2 + b + 1)$ .
- 635.** Периметр прямокутника дорівнює 60 см. Якщо його довжину збільшити на 1 см, а ширину зменшити на 3 см, то його площа зменшиться на  $45 \text{ см}^2$ . Знайдіть довжину і ширину цього прямокутника.



## Вправи для повторення

- 636.** Швидкість автомобіля – 70 км/год, а мотоцикла – 50 км/год. Шлях від села до міста мотоцикл долає на 2 год довше, ніж автомобіль. Знайдіть відстань від села до міста.
- 637.** Знайдіть додатне число, яке після піднесення до квадрата:
- 1) збільшується в 4 рази;
  - 2) зменшується в 5 разів.
- 638.** У першій каністрі було втричі більше бензину, ніж у другій. Коли з першої каністри перелили 2 л у другу, то об'єм бензину другої каністри становив  $\frac{5}{7}$  від об'єму першої. Скільки бензину було в кожній каністрі спочатку?
- 639.** Подайте вираз у вигляді різниці двох многочленів, один з яких містить змінну  $x$ , а другий її не містить:
- 1)  $(5x^2 - 8b + a) - (b^2 - 5x + 1) - (2b - x^2 + 7x)$ ;
  - 2)  $(8mx^2 + 7mn^2 - p) - (x^2 + mx^2 + 2p) - 17x$ .

## Життєва математика

- 640.** Заробітна плата Тетяни пропорційна кількості відпрацьованих годин. За місяць вона відпрацювала 170 год і отримала 8500 грн. Скільки годин має відпрацювати Тетяна в наступному місяці, щоб отримати 9250 грн?

## Цікаві задачі – поміркуй одначе

- 641.** Обчисліть  $2\frac{124}{125} \cdot 4\frac{2}{129} + 3\frac{1}{125} \cdot 5\frac{2}{129} - \frac{12}{129}$ .

## § 15. Розкладання многочлена на множники способом групування

### Спосіб групування

У § 13 ми ознайомилися з розкладанням многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки. Існують й інші способи розкладання многочленів на множники, наприклад, **спосіб групування**.

**Приклад 1.** Розкласти на множники многочлен

$$ab - 5a + 2b - 10.$$

*Розв'язання.* У всіх членів цього многочлена немає спільного множника. Тому тут доцільно застосувати саме спосіб групування. Розіб'ємо доданки на дві групи так, щоб доданки в кожній групі мали спільний множник:

$$ab - 5a + 2b - 10 = (ab - 5a) + (2b - 10).$$

З кожної групи винесемо спільний множник за дужки:

$$(ab - 5a) + (2b - 10) = a(b - 5) + 2(b - 5).$$

Тепер одержаний для обох груп спільний множник  $b - 5$  винесемо за дужки:

$$a(b - 5) + 2(b - 5) = (b - 5)(a + 2).$$

Отже,

$$ab - 5a + 2b - 10 = (b - 5)(a + 2).$$

Згрупувати доданки цього многочлена можна було й в інший спосіб.

А саме:  $ab - 5a + 2b - 10 = (ab + 2b) + (-5a - 10) = b(a + 2) - 5(a + 2) = (a + 2)(b - 5)$ .

*Відповідь:*  $(b - 5)(a + 2)$ .

Дійшли висновку, що для розкладання многочлена на множники способом групування варто виконувати дії в такій послідовності:

- 1) розбити многочлен на групи доданків, кожна з яких містить спільний множник;
- 2) з кожної групи винести спільний множник за дужки;
- 3) спільний для всіх груп множник, що утворився, винести за дужки.

Для перевірки правильності розкладання слід перемножити одержані множники. Добуток цих множників має дорівнювати даному многочлену.

### Застосування способу групування для розкладання на множники многочленів, що містять шість або три доданки

Деякі многочлени, що містять шість або три доданки (членів многочлена), можна розкласти на множники за допомогою способу групування.

**Приклад 2.** Розкласти на множники многочлен

$$2a + 2b - m + am + bm - 2.$$

*Розв'язання. 1-й спосіб.* Згрупуємо члени многочлена у три групи по два доданки так, щоб доданки в кожній групі мали спільний множник. Матимемо:

$$\begin{aligned} 2a + 2b - m + am + bm - 2 &= (2a + am) + (2b + bm) + (-m - 2) = \\ &= a(2 + m) + b(2 + m) - 1(2 + m) = (2 + m)(a + b - 1). \end{aligned}$$

*2-й спосіб.* Згрупуємо тепер члени многочлена у дві групи по три доданки так, щоб доданки в кожній групі мали спільний множник. Матимемо:

$$\begin{aligned} 2a + 2b - m + am + bm - 2 &= (2a + 2b - 2) + (am + bm - m) = \\ &= 2(a + b - 1) + m(a + b - 1) = (a + b - 1)(2 + m). \end{aligned}$$

*Відповідь:*  $(2 + m)(a + b - 1)$ .


**Приклад 3.** Розкласти на множники тричлен  $x^2 - 6x + 8$ .

*Розв'язання.* Враховуючи, що  $-6x = -2x + (-4x)$ , можемо переписати многочлен як суму чотирьох доданків, згрупувати їх і далі розкласти на множники:

$$x^2 - 6x + 8 = x^2 - 2x - 4x + 8 = (x^2 - 2x) + (-4x + 8) = \\ = x(x - 2) - 4(x - 2) = (x - 2)(x - 4).$$

*Відповідь:*  $(x - 2)(x - 4)$ .

Якби ми подали доданок  $-6x$  у вигляді суми двох якихось інших доданків, то не змогли б застосувати групування й розкласти на множники. Пропонуємо переконатися в цьому самостійно. «Секрет» у тому, що саме доданки  $-2x$  і  $-4x$  сприяли появі спільного множника після розбиття многочлена на групи.

 Яку послідовність дій застосовують для розкладання многочлена на множники способом групування?



### Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

**1** **642.** У многочлені  $ca - 2c + 5a - 10$  назвіть групу зі спільним множником  $a$  і групу зі спільним множником  $2$ .

**643.** Закінчіть розкладання многочлена на множники:

$$xy + yt - 2x - 2t = (xy - 2x) + (yt - 2t) = x(y - 2) + t(y - 2) = \dots$$

**644.** Закінчіть розкладання многочлена на множники:

$$ab - cd - ad + cb = (ab - ad) + (cb - cd) = a(b - d) + c(b - d) = \dots$$

**2** **645.** Подайте вираз у вигляді добутку многочленів:

1)  $a(b + c) + 3b + 3c$ ;

2)  $p(x - y) + 7x - 7y$ ;

3)  $m(t - 5) + t - 5$ ;

4)  $b(m - c) + c - m$ .

**646.** Розкладіть на множники:

1)  $c(x - y) + 3x - 3y$ ;

2)  $a(c + m) + 9c + 9m$ ;

3)  $x(c + 5) + c + 5$ ;

4)  $y(p - 3) + 3 - p$ .

**647.** Розкладіть многочлен на множники:

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| 1) $ax + ay + 6x + 6y$ ; | 2) $5m - 5n + pm - pn$ ; |
| 3) $9p + mn + 9n + mp$ ; | 4) $ab + ac - b - c$ ;   |
| 5) $1 - by - y + b$ ;    | 6) $ma + 2a - 2m - 4$ .  |

**648.** Подайте у вигляді добутку многочленів:

- |                          |                            |
|--------------------------|----------------------------|
| 1) $ab + 5a + bm + 5m$ ; | 2) $mp - b + bp - m$ ;     |
| 3) $am - b + m - ab$ ;   | 4) $cm - 3dm + cp - 3dp$ . |

**649.** Запишіть вираз  $ab - ac + 2b - 2c$  у вигляді добутку та знайдіть його значення, якщо  $a = -1$ ;  $b = 5,7$ ;  $c = 6,7$ .

**650.** Запишіть вираз  $5x - 5y + xt - yt$  у вигляді добутку та знайдіть його значення, якщо  $x = 7,2$ ;  $y = 6,2$ ;  $t = -4,5$ .

**3** **651.** Подайте вираз у вигляді добутку многочленів:

- |                           |                               |
|---------------------------|-------------------------------|
| 1) $a^3 + a^2 + a + 1$ ;  | 2) $b^5 - b^3 - b^2 + 1$ ;    |
| 3) $c^4 + 3c^3 - c - 3$ ; | 4) $a^6 - 5a^4 - 3a^2 + 15$ ; |
| 5) $m^2 - mn - 8m + 8n$ ; | 6) $ab - 9b + b^2 - 9a$ ;     |
| 7) $7t - ta + 7a - t^2$ ; | 8) $xy - ty - y^2 + xt$ .     |

**652.** Розкладіть многочлен на множники:

- 1)  $x^2 + bx - b^2y - bxy$ ;
- 2)  $a^2b + c^2 - abc - ac$ ;
- 3)  $7a^3m + 14a^2 - 6bm - 3am^2b$ ;
- 4)  $21x + 8tm^3 - 24m^2 - 7xtm$ .

**653.** Подайте многочлен у вигляді добутку:

- |                              |                           |
|------------------------------|---------------------------|
| 1) $b^2 + xb - x^2y - xby$ ; | 2) $m^2 + 7m - bm - 7b$ ; |
| 3) $4a - ax + 4x - x^2$ ;    | 4) $ma - mb - m^2 + ab$ . |

**654.** Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

- 1)  $157 \cdot 37 + 29 \cdot 157 + 143 \cdot 42 + 24 \cdot 143$ ;
- 2)  $9 \frac{2}{3} \cdot 5 \frac{1}{2} - 16 \cdot 4,5 + 10 \frac{1}{3} \cdot 5 \frac{1}{2} - 16$ .

**655.** Знайдіть значення виразу, попередньо розклавши вираз на множники:

1)  $5m^2 - 5mn - 7m + 7n$ , якщо  $m = 1,4$ ;  $n = -5,17$ ;

2)  $3a^3 - 2b^3 - 6a^2b^2 + ab$ , якщо  $a = \frac{1}{3}$ ;  $b = \frac{2}{3}$ .

**656.** Знайдіть значення виразу, попередньо розклавши вираз на множники:

1)  $27x^3 + x^2 + 27x + 1$ , якщо  $x = -\frac{1}{27}$ ;

2)  $5p + px^2 - p^2x - 5x$ , якщо  $p = 2,5$ ;  $x = 2,4$ .

**657.** Запишіть вираз у вигляді добутку:

1)  $45x^3y^4 - 9x^5y^3 - 15x^2y^2 + 3x^4y$ ;

2)  $2,1mn^2 - 2,8mp^2 - 2,7n^3 + 3,6np^2$ .

**658.** Розкладіть на множники:

1)  $8m^2c - 6m^2x - 16cx^3 + 12x^4$ ;

2)  $1,2xy^3 + 1,6x^3y^2 - 2x^7y - 1,5x^5y^2$ .

**4 659.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $x^2 - 5x + 40 = 8x$ ;

2)  $5y^3 + 2y^2 + 5y + 2 = 0$ .

**660.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $x^2 + 7x - 7 = x$ ;

2)  $7y^3 + y^2 + 7y + 1 = 0$ .

**661.** Розкладіть на множники:

1)  $at^2 - ap + t^3 - tp - bt^2 + bp$ ;

2)  $ax^2 + ay^2 - mx^2 - my^2 + m - a$ ;

3)  $mb - m + 7 - 7b - 7m^2 + m^3$ ;

4)  $6ax + 3ay - az - 6bx - 3by + bz$ .

**662.** Розкладіть на множники:

1)  $a^2b + a + ab^2 + b + 9ab + 9$ ;

2)  $8ax + 4bx - 4x + 10am + 5bm - 5m$ .

**663.** Розкладіть на множники тричлен:

1)  $x^2 + 5x + 4$ ;

2)  $x^2 - 5x + 4$ ;

3)  $x^2 + x - 6$ ;

4)  $a^2 + 4ab + 3b^2$ .

**664.** Розкладіть на множники:

1)  $x^2 - 6x + 5$ ;

2)  $x^2 - x - 6$ ;

3)  $x^2 + 2x - 15$ ;

4)  $a^2 + 5ab + 6b^2$ .



### Вправи для повторення

**665.** Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1)  $0,8(a - 5) - 0,6(2 - a)$ , якщо  $a = -5$ ;

2)  $\frac{4}{7}(7x - 14y) - \frac{2}{9}(18x - 27y)$ , якщо  $x = 2024$ ,  $y = -\frac{1}{2}$ .

**666.** Знайдіть корінь рівняння:

1)  $6x(x - 1) - 2x(3x - 5) = -8$ ;

2)  $5(2 - x^2) - 4x(x - 1) = 3x(1 - 3x)$ .



### Життєва математика

**667.** Головна редакторка видавництва дала термінову роботу двом набірникам тексту. Перший набирає сторінку за 4 хв, другий – за 6 хв. У якому відношенні вони мають розподілити між собою роботу, щоб виконати її якомога швидше?



### Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу

**668.** Подайте вираз у вигляді многочлена:

1)  $(x + 3)(x + 3)$ ;

2)  $(y - 2)(y - 2)$ ;

3)  $(7 - m)(7 - m)$ ;

4)  $(5 + a)(5 + a)$ .



### Цікаві задачі – поміркуй одначе

**669.** Чи існують такі натуральні значення змінних  $x$  і  $y$ , для яких  $x^5 + y^5 = 33^6$ ?

## ДОМАШНЯ САМОСТІЙНА РОБОТА № 3

Завдання 1–12 мають по чотири варіанти відповідей (А–Г), серед яких лише один є правильним. Оберіть правильний варіант відповіді.

**1** 1. Укажіть вираз, що не є многочленом.

А.  $\frac{a}{a-5}$       Б.  $x^2 - 2x + 7$       В.  $-b - 19$       Г.  $6c^2$

2.  $k(n - m) = \dots$

А.  $kn - m$       Б.  $n - km$       В.  $kn + km$       Г.  $kn - km$

3.  $4c + 8 = \dots$

А.  $2(c + 4)$       Б.  $4(c + 2)$       В.  $8(c + 1)$       Г.  $4(c - 2)$

**2** 4. Якому з многочленів дорівнює вираз  $(x - 5)(x + 2)$ ?

А.  $x^2 + 3x - 10$       Б.  $x^2 - 3x - 10$   
В.  $x^2 + 3x + 10$       Г.  $x^2 - 3x - 3$

5. Подайте вираз  $(3m^2 - m) + (4m^2 - 5) - (7m^2 + 3)$  у вигляді многочлена стандартного вигляду.

А.  $14m^2 - m - 2$       Б.  $-m - 2$       В.  $-m - 8$       Г.  $8 - m$

6. Розкладіть вираз  $am - an - 2m + 2n$  на множники.

А.  $(m - n)(a - 2)$       Б.  $(m - n)(a + 2)$   
В.  $(m + n)(a - 2)$       Г.  $(m - a)(n - 2)$

**3** 7. Для якого значення  $x$  значення різниці одночлена  $8x$  і многочлена  $3x - 4x^2 + 2$  дорівнює значенню многочлена  $3x + 4x^2 - 4$ ?

А. 2      Б. 1      В. -1      Г. 0

8. Обчисліть  $297 \cdot 397 - 397^2$  найзручнішим способом.

А. 39 700      Б. -39 700      В. -29 700      Г. 29 700

9. Знайдіть значення виразу  $(x - 5)(x + 2) - (x - 7)(x + 4)$ , якщо  $x = 10,2$ .

А. 18,2      Б. 18      В. 28,2      Г. 7,8



4 10. Розв'яжіть рівняння  $x^2 + 7x = 2(x + 7)$ .  
А.  $-7; 2$       Б.  $-7$       В.  $2$       Г.  $-2; 7$

11. Значення виразу  $27^4 - 3^9$  є кратним числу ...

А.  $7$       Б.  $11$       В.  $13$       Г.  $17$

12. Знайдіть найбільше із чотирьох послідовних парних чисел, якщо добуток першого і третього чисел на 44 менший від добутку двох інших.

А.  $10$       Б.  $6$       В.  $18$       Г.  $14$

У завданні 13 потрібно встановити відповідність між інформацією, позначеною цифрами та буквами. Одна відповідь зайва.

2 13. Установіть відповідність між виразами (1–3) та многочленами, які їм тотожно дорівнюють (А–Г).

Вираз	Многочлен
1. $(3x^3 + x^2 - 2x) - (2x^3 - 4x^2 - 2x + 6)$	А. $x^3 + 5x^2$
2. $2x^2(3x - 5) - 5x(x^2 - 3x)$	Б. $x^3 + 5x^2 - 6$
3. $(x^2 + 6x)(x - 1)$	В. $x^3 + 5x^2 - 6x$
	Г. $x^3 + 5x - 6$

## ЗАВДАННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ЗНАНЬ ДО §§ 10–15

1 1. Виконайте множення:

1)  $m(a - b + 3)$ ;      2)  $-p(x + y - 4)$ .

2. Винесіть за дужки спільний множник:

1)  $7a - 7b$ ;      2)  $xt + yt$ .

3. Виконайте множення:

1)  $(a + 2)(x - 3)$ ;      2)  $(b - 5)(c - m)$ .

2 4. Перетворіть вираз на многочлен стандартного вигляду:

1)  $(2x^2 - x) + (3x - 5) - (x^2 - 5)$ ;

2)  $-2xy(x^2 - 3xy + y^2)$ .

5. Розкладіть многочлен на множники:  
 1)  $9a^2 - 12ab$ ;                      2)  $7x - 7y + ax - ay$ .
6. Спростіть вираз  $(x + 5)(x - 2) - x(x + 3)$ .
- 3 7. Розв'яжіть рівняння  $(2x + 3)(3x - 7) = x(6x - 3) - 17$ .
8. Розкладіть многочлен на множники:  
 1)  $9m^3 - 3m^4 - 27m^8$ ;              2)  $m^2 + 2n - 2m - mn$ .
- 4 9. Знайдіть чотири послідовних цілих числа, добуток двох менших з яких на 90 менший від добутку двох більших.

### Додаткові вправи

- 4 10. Доведіть, що сума п'яти послідовних натуральних чисел ділиться на 5.
11. Розв'яжіть рівняння  $x^2 - 5x = 4x - 20$ .
12. Перетворіть вираз на многочлен стандартного вигляду:  
 1)  $(x^2 - 2x + 5)(x^2 + 3x - 1)$ ;    2)  $(a + 3)(a - 5)(a - 1)$ .

## § 16. Квадрат суми і квадрат різниці

### Формула квадрата суми

Піднесемо до квадрата двочлен  $a + b$ :

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Отже,

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Цю тотожність називають **формулою квадрата суми**. Вона дає змогу підносити до квадрата суму двох довільних виразів не за правилом множення многочленів, а *скорочено*: одразу записувати квадрат  $(a + b)^2$  у вигляді  $a^2 + 2ab + b^2$ . Тому формулу квадрата суми називають ще **формулою скороченого множення**. Читають її так:

**квадрат суми двох виразів дорівнює квадрату першого виразу, плюс подвоєний добуток першого на другий, плюс квадрат другого виразу.**

**Приклад 1.** Подати вираз  $(3x + 5y)^2$  у вигляді многочлена.

*Розв'язання.*

$$(3x + 5y)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 5y + (5y)^2 = 9x^2 + 30xy + 25y^2.$$

Якщо проміжні дії легко виконати усно, то можна одразу записати відповідь:

$$(3x + 5y)^2 = 9x^2 + 30xy + 25y^2.$$

*Відповідь:*  $(3x + 5y)^2 = 9x^2 + 30xy + 25y^2.$

### Формула квадрата різниці

Піднесемо тепер до квадрата двочлен  $a - b$ :

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Отже,

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Отримали **формулу квадрата різниці**, яка також є формулою скороченого множення. Читають її так:

**квадрат різниці двох виразів дорівнює квадрату першого виразу, мінус подвоєний добуток першого на другий, плюс квадрат другого виразу.**

Зауважимо, що формулу квадрата різниці можна отримати, якщо переписати різницю  $a - b$  у вигляді суми  $a + (-b)$ :

$$(a - b)^2 = (a + (-b))^2 = a^2 + 2a \cdot (-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

**Приклад 2.** Піднести двочлен  $4a - 7b$  до квадрата.

*Розв'язання.* За формулою квадрата різниці маємо:  
 $(4a - 7b)^2 = (4a)^2 - 2 \cdot 4a \cdot 7b + (7b)^2 = 16a^2 - 56ab + 49b^2$ .

*Відповідь:*  $(4a - 7b)^2 = 16a^2 - 56ab + 49b^2$ .

## Перетворення виразів за допомогою формул квадрата суми і квадрата різниці

Нам уже відомо, що  $x^2 = (-x)^2$ , тому, підносячи до квадрата вирази вигляду  $-a - b$  і  $-a + b$ , доцільно попередньо замінити їх на протилежні їм вирази:

$$\begin{aligned}(-a - b)^2 &= (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2; \\ (-a + b)^2 &= (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.\end{aligned}$$

**Приклад 3.** Перетворити на многочлен:

1)  $(-x - 6t)^2$ ;      2)  $(-2p^2 + 9q)^2$ .

*Розв'язання.* 1)  $(-x - 6t)^2 = (x + 6t)^2 = x^2 + 12xt + 36t^2$ ;

2)  $(-2p^2 + 9q)^2 = (2p^2 - 9q)^2 = 4p^4 - 36p^2q + 81q^2$ .

*Відповідь:* 1)  $x^2 + 12xt + 36t^2$ ; 2)  $4p^4 - 36p^2q + 81q^2$ .

**Приклад 4.** Спростити вираз  $(-5m^3 - 2n^2)^2 + (2m^3 - 5n^2)^2$ .

*Розв'язання.*  $(-5m^3 - 2n^2)^2 + (2m^3 - 5n^2)^2 = (5m^3 + 2n^2)^2 + (2m^3 - 5n^2)^2 = \underline{25m^6} + \underline{20m^3n^2} + \underline{4n^4} + 4m^6 - \underline{20m^3n^2} + \underline{25n^4} = 29m^6 + 29n^4$ .

*Відповідь:*  $29m^6 + 29n^4$ .

## Обчислення квадратів чисел за допомогою формул квадрата суми і квадрата різниці

Розглянемо, як застосовують формули квадрата суми і квадрата різниці для обчислення квадратів чисел.

**Приклад 5.** Обчислити:

1)  $(50 + 1)^2$ ;      2)  $5,8^2$ .

*Розв'язання.* 1)  $(50 + 1)^2 = 50^2 + 2 \cdot 50 \cdot 1 + 1^2 = 2500 + 100 + 1 = 2601$ ;

2)  $5,8^2 = (6 - 0,2)^2 = 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 0,2 + 0,2^2 = 36 - 2,4 + 0,04 = 33,64$ .

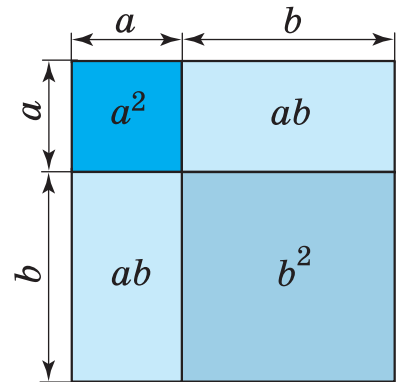
*Відповідь:* 1) 2601; 2) 33,64.

*А ще раніше...*

Деякі правила скороченого множення були відомі давнім китайським і грецьким математикам понад 4 тисячі років тому. Тоді вони формулювали ці правила не за допомогою букв та символів, а словами, і доводили геометрично, тобто тільки для додатних чисел.

Наприклад, тотожність  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  у другій книзі «Начал» Евкліда (III ст. до н. е.) формулювалася так: «Якщо пряма лінія (мається на увазі відрізок) як-небудь розсічена, то квадрат на всій прямій дорівнює квадратам на відрізках разом із двічі взятим прямокутником, що міститься між відрізками». Тут «квадрат на всій прямій» слід розуміти як  $(a + b)^2$ , «квадрати на відрізках» як  $a^2$  і  $b^2$ , «прямокутник, що міститься між відрізками» як  $ab$ .

Геометричний зміст цієї тотожності зображено на малюнку.



? Запишіть і прочитайте формулу квадрата суми. ● Запишіть і прочитайте формулу квадрата різниці. ● Як піднести до квадрата вирази  $-a - b$  і  $-a + b$ ?



**Розв'яжіть задачі та виконайте вправи**

**1** 670. (Усно.) Які з виразів є квадратами суми двох виразів, а які – квадратами різниці:

1)  $x^2 + y^2$ ;      2)  $(a - b)^2$ ;      3)  $p^2 - c^2$ ;      4)  $(m + 2)$ ;

5)  $(x + 3)^2$ ;    6)  $(b - 7)^3$ ;    7)  $(4 - p)^2$ ;    8)  $(x + y)^2$ ?

**671.** (Усно.) Які з рівностей є правильними:

1)  $(b - 2)^2 = b^2 - 2^2$ ;    2)  $(a + 3)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + 3^2$ ;  
3)  $(x + 5)^2 = x^2 + x \cdot 5 + 5^2$ ;    4)  $(7 - y)^2 = 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot y + y^2$ ?

**672.** Які з рівностей є правильними:

1)  $(a + 7)^2 = a^2 + 7^2$ ;    2)  $(x - 3)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$ ;  
3)  $(2 - y)^2 = 2^2 - 2 \cdot y + y^2$ ;    4)  $(b + 3)^2 = b^2 + 2 \cdot b \cdot 3 + 3^2$ ?

**673.** Подайте у вигляді многочлена:

1)  $(a + m)^2$ ;    2)  $(b - x)^2$ ;    3)  $(x + p)^2$ ;    4)  $(m - y)^2$ .

**674.** Піднесіть до квадрата:

1)  $(b - p)^2$ ;    2)  $(x + t)^2$ ;    3)  $(c - a)^2$ ;    4)  $(y + d)^2$ .

**2** **675.** (Усно.) Подайте вираз у вигляді многочлена:

1)  $(a + 4)^2$ ;    2)  $(x - 3)^2$ ;  
3)  $(b + 2)^2$ ;    4)  $(m - 5)^2$ .

**676.** Піднесіть до квадрата:

1)  $(x - 9)^2$ ;    2)  $(a + 3)^2$ ;    3)  $(10 - m)^2$ ;  
4)  $(7 + y)^2$ ;    5)  $(c - 0,2)^2$ ;    6)  $(0,8 + x)^2$ .

**677.** Перетворіть на многочлен:

1)  $(2x + 5)^2$ ;    2)  $(7b - 4)^2$ ;    3)  $(10x + 3y)^2$ ;  
4)  $(9a - 4b)^2$ ;    5)  $\left(\frac{1}{3}x + 3y\right)^2$ ;    6)  $(5m - 0,2t)^2$ .

**678.** Перетворіть на многочлен:

1)  $(a - 3)^2$ ;    2)  $(x + 9)^2$ ;    3)  $(c + 0,3)^2$ ;  
4)  $(2a - 5)^2$ ;    5)  $(4y + 3)^2$ ;    6)  $(9a - 8b)^2$ ;  
7)  $(4b + 7a)^2$ ;    8)  $\left(\frac{1}{2}m - 2n\right)^2$ ;    9)  $(0,5p + 2q)^2$ .

**679.** Виконайте дії:

1)  $(3a + 1)^2 - 1$ ;    2)  $12ab + (2a - 3b)^2$ ;  
3)  $(4a + 8)^2 - 16(a^2 + 4)$ ;    4)  $-4y^2 + (5x - 2y)^2 - 25x^2$ .

**680.** Спростіть:

1)  $20a + (a - 10)^2$ ;

2)  $(3m + 5)^2 - 9m^2$ ;

3)  $(x + 4)^2 - 8(x + 2)$ ;

4)  $(2a - 7b)^2 - (4a^2 + 49b^2)$ .

**681.** Перетворіть вираз на многочлен стандартного вигляду:

1)  $(a - 2)^2 + a(a + 4)$ ;

2)  $(b + 1)(b + 2) + (b - 3)^2$ .

**682.** Спростіть вираз:

1)  $(m - 5)^2 - m(m - 10)$ ;

2)  $(x + 4)^2 + (x + 1)(x - 9)$ .

**683.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $(x + 3)^2 - x^2 = 12$ ;

2)  $(y - 2)^2 = y^2 - 2y$ .

**684.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $(x - 4)^2 - x^2 = 24$ ;

2)  $(y + 5)^2 = 5y + y^2$ .

**685.** Заповніть у зошиті таблицю за зразком:

Вираз I	Вираз II	Квадрат різниці виразів I і II
$2x$	$b$	$4x^2 - 4xb + b^2$
	$7b$	$4x^2 - 28xb + 49b^2$
$3x$		$9x^2 - 2xb + \frac{1}{9}b^2$
$0,5x$	$4b$	

**686.** Заповніть у зошиті таблицю за зразком:

Вираз I	Вираз II	Квадрат суми виразів I і II
$3m$	$a$	$9m^2 + 6ma + a^2$
$5m$		$25m^2 + 20ma + 4a^2$
	$4a$	$\frac{1}{16}m^2 + 2ma + 16a^2$
$0,6m$	$5a$	
		$\frac{1}{9}m^2 + 6ma + 81a^2$

**3** 687. За формулою квадрата суми або квадрата різниці обчисліть:

1)  $(100 + 2)^2$ ;      2)  $41^2$ ;      3)  $99^2$ ;      4)  $3,8^2$ .

688. Обчисліть, використовуючи формули квадрата суми або квадрата різниці:

1)  $(40 - 1)^2$ ;      2)  $89^2$ ;      3)  $501^2$ ;      4)  $4,02^2$ .

689. Серед виразів  $(x - y)^2$ ,  $(x + y)^2$ ,  $(-y + x)^2$ ,  $(-x - y)^2$  знайдіть ті, що є тотожно рівними виразу:

1)  $(y + x)^2$ ;      2)  $(y - x)^2$ .

690. Подайте у вигляді многочлена:

1)  $(-p + 5)^2$ ;      2)  $(-a - 7)^2$ ;      3)  $(-p - 2m)^2$ ;      4)  $(-3b + c)^2$ .

691. Перетворіть на многочлен:

1)  $(-a + 3)^2$ ;      2)  $(-b - 5)^2$ ;      3)  $(-4m + p)^2$ ;      4)  $(-a - 3b)^2$ .

692. Перетворіть на многочлен:

1)  $(-9b + 4m)^2$ ;      2)  $(-7a - 10b)^2$ ;  
3)  $(-0,5m - 0,4p)^2$ ;      4)  $\left(-1\frac{1}{2}x + 6y\right)^2$ ;  
5)  $(0,04p - 50q)^2$ ;      6)  $(-0,25c - 0,2d)^2$ .

693. Подайте у вигляді многочлена:

1)  $(-3a + 5x)^2$ ;      2)  $(-8x - 5y)^2$ ;  
3)  $(-4b - 0,5y)^2$ ;      4)  $\left(8x + \frac{1}{16}y\right)^2$ ;  
5)  $(-0,02a - 10b)^2$ ;      6)  $(-0,15m + 0,1n)^2$ .

694. Виконайте дію:

1)  $(a^2 - 9)^2$ ;      2)  $(7 - y^3)^2$ ;      3)  $(2a + c^4)^2$ ;  
4)  $(-5a + b^3)^2$ ;      5)  $(4a^2 - 5m^3)^2$ ;      6)  $\left(\frac{1}{3}p^4 + 9q^3\right)^2$ .



**695.** Піднесіть до квадрата:

1)  $(a^2 + 2a)^2$ ;

2)  $\left(\frac{1}{4}m^3 - 12m\right)^2$ ;

3)  $\left(1\frac{1}{3}p^7 + 3p^2\right)^2$ ;

4)  $(7ab - 2b^3)^2$ ;

5)  $\left(10p^6 + \frac{1}{2}p^4a^3\right)^2$ ;

6)  $(0,2m^2n + 15m^3n^4)^2$ .

**696.** Подайте вираз у вигляді многочлена:

1)  $(b^7 - 5)^2$ ;

2)  $(a^3 + 2b^4)^2$ ;

3)  $\left(8x^6 - \frac{1}{4}x^2\right)^2$ ;

4)  $\left(6m^3 + 1\frac{1}{6}m^5\right)^2$ ;

5)  $(7a^2 + 8ap^3)^2$ ;

6)  $\left(\frac{1}{2}b^2m^3 - \frac{1}{3}b^3m^2\right)^2$ .

**697.** Спростіть вираз:

1)  $(3a - 4b)^2 - (3a + 4b)^2$ ;

2)  $(2a + 3b)^2 + (a - 6b)^2$ ;

3)  $a(2a - 1)^2 - 4a(a + 5)^2$ ;

4)  $12m^2 - 3(2m - n)^2 - 12mn$ .

**698.** Виконайте дії:

1)  $(7a + 9b)^2 - (7a - 9b)^2$ ;

2)  $(10a - 3b)^2 + (6a + 5b)^2$ ;

3)  $18x^2 - 12xy - 2(3x - y)^2$ ;

4)  $a(9a - 1)^2 - 81a(a - 2)^2$ .

**699.** Які одночлени потрібно записати замість «зірочки», щоб утворилася тотожність:

1)  $(\star + 2a)^2 = b^2 + 4ab + 4a^2$ ;

2)  $(2b - \star)^2 = 4b^2 + 9 - 12b$ ;

3)  $(3a^4 + \star)^2 = \star + 30a^4 + 25$ ;

4)  $(5x^2 - \star)^2 = 25x^4 - \star + 9m^2$ ?

**700.** Замініть «зірочку» одночленом так, щоб одержати тотожність:

1)  $(\star - 7)^2 = x^2 - 14x + 49$ ;

2)  $(4p^3 + \star)^2 = \star + 9 + 24p^3$ .

**701.** Подайте вираз у вигляді многочлена стандартного вигляду:

1)  $(x - 2)(x + 1)^2$ ;

2)  $(x + 1)(x - 5)^2$ .

**702.** Доведіть тотожність:

1)  $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$ ;

2)  $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn$ .

**703.** Доведіть тотожність:

1)  $-4ab = (a - b)^2 - (a + b)^2$ ;

2)  $(x - y)^2 + 2xy = x^2 + y^2$ .

**704.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $(3x - 4)^2 - (3x + 2)^2 = -24$ ;

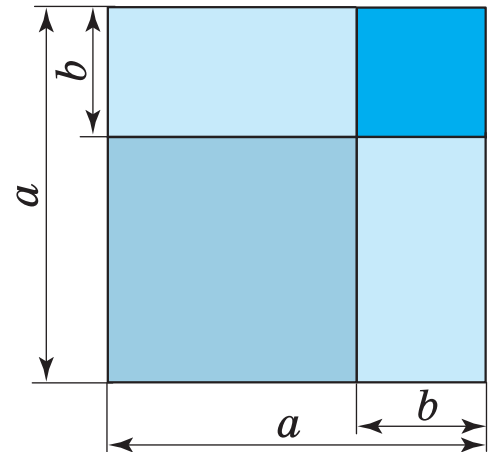
2)  $(2x - 3)^2 + (1 - x)(9 + 4x) = 18$ .

**705.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $x(x - 2) - (x + 5)^2 = -1$ ;

2)  $(2y - 7)^2 + (5 - 4y)(y - 7) = 3(y - 6)$ .

**4** **706.** Використовуючи малюнок, поясніть геометричний зміст формули  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  для  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $a > b$ .



**707.** Спростіть вираз

$$((((a + b)^2 - 2ab)^2 - 2a^2b^2)^2 - 2a^4b^4)^2 - 2a^8b^8.$$

**708.** Доведіть формулу скороченого множення для:

1) куба суми:  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ;

2) куба різниці:  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ .

*Розв'язання.*

$$1) (a + b)^3 = (a + b)^2(a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b) = a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + b^2a + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

**709.** Піднесіть до куба за формулами скороченого множення:

- 1)  $(2 + a)^3$ ;
- 2)  $(2b - 1)^3$ .

**710.** Піднесіть до куба:

- 1)  $(x - 2)^3$ ;
- 2)  $(1 + 2m)^3$ .



## Вправи для повторення

**711.** Знайдіть значення виразу



$$993 \frac{2}{7} + \left( 5,4 : \frac{9}{35} - 11 \frac{2}{9} \right) \cdot 2,25 - 4 \frac{2}{7}$$

і дізнайтеся рік початку будівництва Софійського собору в Києві.

**712.** Знайдіть три послідовних натуральних парних числа, якщо добуток двох менших з них на 104 менший від добутку двох більших.

**713.** Доведіть, що значення виразу:

- 1)  $8^{10} - 8^9 + 8^8$  кратне числу 152;
- 2)  $15^4 - 10^4 - 5^4$  ділиться на 80.



## Життєва математика

**714.** На заправці один літр бензину коштує 45 грн. Водій залив у бак 30 л бензину і ще придбав пляшку води за 20 грн. Яку решту отримає водій з 1500 грн?



## Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу

**715.** Подайте у вигляді квадрата число:

- |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|
| 1) 1;   | 2) 9;   | 3) 25;  | 4) 64;  |
| 5) 100; | 6) 121; | 7) 196; | 8) 900. |

716. Подайте у вигляді квадрата одночлен:

- 1)  $x^4$ ;      2)  $y^8$ ;      3)  $m^6$ ;      4)  $p^{10}$ ;  
5)  $16a^2$ ;      6)  $49b^{10}$ ;      7)  $m^2n^4$ ;      8)  $36c^2a^2$ .



### Цікаві задачі – поміркуй одначе

717. Доведіть, що для будь-якого натурального значення  $n$  значення виразу  $(n^2 + n)(n + 2)$  ділиться на 6.

## § 17. Розкладання многочленів на множники за допомогою формул квадрата суми і квадрата різниці

### Перетворення тричлена у квадрат двочлена

Формули квадрата суми і квадрата різниці можна використовувати також для розкладання на множники виразів вигляду  $a^2 + 2ab + b^2$  і  $a^2 - 2ab + b^2$ . Для цього перепишемо ці формули, помінявши місцями їхні ліву і праву частини.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2; \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2.$$

Такий вигляд формул зручно використовувати для перетворення тричлена у квадрат двочлена.

Тричлен вигляду  $a^2 + 2ab + b^2$  або  $a^2 - 2ab + b^2$  називають *повним квадратом*. Саме його можна подати у вигляді квадрата двочлена.

Наприклад,  $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$  і  $a^2 - 6a + 9 = (a - 3)^2$ , тому тричлени  $x^2 + 4x + 4$  і  $a^2 - 6a + 9$  є повними квадратами. Перетворення тричлена, що є повним квадратом, у квадрат двочлена називають *згортанням у повний квадрат*.

Оскільки  $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$  і  $(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$ , то згортання в повний квадрат є розкладанням тричлена на множники.

**Приклад 1.** Розкласти тричлен  $4x^2 + 12x + 9$  на множники.

*Розв'язання.*

Оскільки  $4x^2 = (2x)^2$ ;  $12x = 2 \cdot 2x \cdot 3$  і  $9 = 3^2$ , то тричлен  $4x^2 + 12x + 9$  є квадратом суми  $2x + 3$ , отже, його можна розкласти на множники:

$$4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = (2x + 3)^2.$$

*Відповідь:*  $(2x + 3)^2$ .

**Приклад 2.** Знайти значення виразу  $x^2 + 25y^4 - 10xy^2$ , якщо  $x = 44$ ,  $y = -3$ .

*Розв'язання.* Спочатку згорнемо вираз у повний квадрат:

$$x^2 + 25y^4 - 10xy^2 = x^2 - 10xy^2 + 25y^4 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 5y^2 + (5y^2)^2 = (x - 5y^2)^2.$$

Тепер виконати обчислення буде зовсім не складно. Якщо  $x = 44$ ,  $y = -3$ , то  $(x - 5y^2)^2 = (44 - 5 \cdot (-3)^2)^2 = (44 - 45)^2 = (-1)^2 = 1$ .

*Відповідь:* 1.

## Перетворення тричлена у вираз, протилежний квадрату двочлена

**Приклад 3.** Перетворити тричлен  $-16a^2 + 8ab - b^2$  на вираз, протилежний квадрату двочлена.

*Розв'язання.* Винесемо за дужки  $-1$ , а одержаний у дужках вираз згорнемо в повний квадрат:

$$-16a^2 + 8ab - b^2 = -(16a^2 - 8ab + b^2) = -((4a)^2 - 2 \cdot 4a \cdot b + b^2) = -(4a - b)^2.$$

*Відповідь:*  $-(4a - b)^2$ .

Зауважимо, що не кожен тричлен можна подати у вигляді квадрата двочлена або у вигляді виразу, протилежного квадрату двочлена.

## Розв'язування рівнянь

**Приклад 4.** Розв'язати рівняння  $16x^2 - 40x + 25 = 0$ .

*Розв'язання.* Маємо:  $(4x)^2 - 2 \cdot 4x \cdot 5 + 5^2 = 0$ ;

$$(4x - 5)^2 = 0.$$

Оскільки значення квадрата виразу дорівнює нулю тоді й тільки тоді, коли значення самого виразу дорівнює нулю, то маємо:  $4x - 5 = 0$ ,  $x = 1,25$ .

*Відповідь:* 1,25.

 Наведіть приклад тричлена, що є квадратом суми; квадратом різниці.



### Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

**1** 718. (Усно.) Розкладіть на множники:

1)  $c^2 + 2cd + d^2$ ;

2)  $x^2 - 2xy + y^2$ ;

3)  $m^2 + 2 \cdot m \cdot 5 + 5^2$ .

719. Згорніть многочлен у повний квадрат:

1)  $m^2 - 2mn + n^2$ ;

2)  $p^2 + 2pq + q^2$ ;

3)  $a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + 3^2$ .

720. Розкладіть тричлен на множники:

1)  $t^2 + 2tp + p^2$ ;

2)  $a^2 - 2ax + x^2$ ;

3)  $b^2 + 2 \cdot b \cdot 7 + 7^2$ .

**2** 721. Розкладіть на множники:

1)  $a^2 - 6a + 9$ ;

2)  $64 + 16b + b^2$ ;

3)  $0,01m^2 + 0,2m + 1$ ;

4)  $\frac{1}{25} - \frac{2}{5}p + p^2$ ;

5)  $4m^2 - 12m + 9$ ;

6)  $9c^2 + 24cd + 16d^2$ .

**722.** Подайте вираз у вигляді квадрата двочлена:

1)  $a^2 + 4a + 4$ ;

2)  $9m^2 - 6m + 1$ ;

3)  $b^2 - 1,2b + 0,36$ ;

4)  $\frac{1}{49}m^2 - \frac{2}{7}m + 1$ ;

5)  $81a^2 + 18ab + b^2$ ;

6)  $25m^2 - 60mn + 36n^2$ .

**723.** Обчисліть зручним способом:

1)  $36^2 + 2 \cdot 36 \cdot 14 + 14^2$ ;

2)  $117^2 - 2 \cdot 117 \cdot 17 + 17^2$ .

**724.** Обчисліть зручним способом:

1)  $87^2 + 2 \cdot 87 \cdot 13 + 13^2$ ;

2)  $137^2 - 2 \cdot 137 \cdot 47 + 47^2$ .

**725.** Знайдіть значення виразу, попередньо згорнувши його у повний квадрат:

1)  $a^2 - 2a + 1$ , якщо  $a = 91$ ;  $-19$ ;

2)  $4m^2 + 28m + 49$ , якщо  $m = -3,5$ ;  $0$ ;

3)  $16x^2 - 40xy + 25y^2$ , якщо  $x = 5$ ,  $y = 4$ .

**726.** Знайдіть значення виразу:

1)  $a^2 + 10a + 25$ , якщо  $a = -15$ ;  $95$ ;

2)  $0,01x^2 + 0,8x + 16$ , якщо  $x = 10$ ;  $-40$ ;

3)  $4m^2 + 28mn + 49n^2$ , якщо  $m = -3$ ,  $n = -\frac{1}{7}$ .

**3** **727.** Перетворіть тричлен у квадрат двочлена:

1)  $\frac{1}{4}m^2 + 4n^2 + 2mn$ ;

2)  $-10mn + 0,25m^2 + 100n^2$ ;

3)  $9p^2 + pq + \frac{1}{36}q^2$ ;

4)  $m^6 + 4n^2 - 4m^3n$ ;

5)  $25m^{12} + p^6 - 10m^6p^3$ ;

6)  $\frac{9}{64}c^6 - 3dc^5 + 16d^2c^4$ .

**728.** Розкладіть на множники:

1)  $\frac{1}{9}a^4 + 9b^2 + 2a^2b$ ;

2)  $-6,4a^2y^4 + 0,16a^4 + 64y^8$ ;

3)  $16m^{20} + n^{12} - 8m^{10}n^6$ ;

4)  $6a^4b^2 + a^6 + 9a^2b^4$ .

**729.** Подайте тричлен у вигляді квадрата двочлена або виразу, протилежного до квадрата двочлена:

1)  $-1 + 4x - 4x^2$ ;

2)  $-40a + 25a^2 + 16$ ;

3)  $24xy - 9x^2 - 16y^2$ ;

4)  $-140x^3y + 100x^6 + 49y^2$ ;

5)  $4pq - 25p^2 - 0,16q^2$ ;

6)  $-0,64m^6 - 1,6m^3n^2 - n^4$ .

**730.** Подайте тричлен у вигляді квадрата двочлена або виразу, що є протилежним до квадрата двочлена:

1)  $-9 - 30x - 25x^2$ ;

2)  $-36b + 81b^2 + 4$ ;

3)  $42xy - 49x^2 - 9y^2$ ;

4)  $-0,36a^4 - 25b^6 + 6a^2b^3$ .

**731.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $x^2 - 10x + 25 = 0$ ;

2)  $64y^2 + 16y + 1 = 0$ ;

3)  $9x^2 + 1 = -6x$ ;

4)  $16y^2 = 56y - 49$ .

**732.** Розв'яжіть рівняння:

1)  $x^2 + 16x + 64 = 0$ ;

2)  $36x^2 - 12x + 1 = 0$ ;

3)  $4x^2 + 9 = -12x$ ;

4)  $x^2 = 0,4x - 0,04$ .

**733.** Запишіть замість «зірочки» такий одночлен, щоб одержаний тричлен можна було перетворити на квадрат двочлена:

1)  $\star - 2mn + n^2$ ;

2)  $25a^2 + 20a + \star$ ;

3)  $64m^2 + \star + 49b^2$ ;

4)  $\star - 12bm^3 + 9b^2$ ;

5)  $p^2 - 0,8p^7 + \star$ ;

6)  $\star + a^2b^3 + \frac{1}{4}a^4$ .

**734.** Запишіть замість «зірочки» такий одночлен, щоб одержаний тричлен можна було подати у вигляді квадрата двочлена:

1)  $\star - 28x + 49$ ;

2)  $64a^2 - 16a + \star$ ;

3)  $25a^2 + \star + \frac{1}{25}b^6$ ;

4)  $0,01a^8 + 100b^6 + \star$ .



**735.** Розкладіть вираз на множники:

1)  $(x - 2)^2 + 2(x - 2) + 1$ ;

2)  $(a^2 + 6a + 9) + 2(a + 3) + 1$ .

**736.** Доведіть, що нерівність є правильною для будь-якого значення  $x$ :

1)  $x^2 + 2 > 0$ ;

2)  $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ .

**4** **737.** Порівняйте з нулем значення виразу:

1)  $x^2 - 4x + 4$ ;

2)  $-x^2 + 2x - 1$ .

**738.** Вставте пропущені знаки  $\leq$  або  $\geq$  так, щоб для будь-яких значень  $x$  нерівність була правильною:

1)  $x^2 + 4x + 4 \dots 0$ ;

2)  $-x^2 + 30x - 225 \dots 0$ ;

3)  $-x^2 - 8x - 16 \dots 0$ ;

4)  $36 - 12x + x^2 \dots 0$ .

**739.** Доведіть, що для будь-яких значень змінної вираз  $x^2 + 4x + 5$  набуває лише додатних значень. Якого найменшого значення набуває цей вираз і для якого значення  $x$ ?

**740.** Доведіть, що для будь-якого значення змінної вираз  $x^2 + 6x + 11$  набуває лише додатних значень. Якого найменшого значення набуває цей вираз і для якого значення  $x$ ?

**741.** Замініть «зірочки» одночленами так, щоб одержаний тричлен був повним квадратом (знайдіть три різних розв'язки задачі):

1)  $\star - 48xy + \star$ ;

2)  $\star + 20ab + \star$ .

**742.** Подайте вираз у вигляді квадрата двочлена, якщо це можливо:

1)  $x^2 - 3x + 9$ ;

2)  $49a^2 - 140ab + 100b^2$ ;

3)  $4a^2 - 9b^2 - 12ab$ ;

4)  $16y^2 + 8y - 1$ ;

5)  $\frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{40}xy + \frac{1}{25}y^2$ ;

6)  $-xy + \frac{1}{16}y^2 + 4x^2$ .



## Вправи для повторення

743. Для яких значень  $x$ :

1) квадрат двочлена  $x + 2$  на 225 більший за квадрат двочлена  $x - 3$ ;

2) квадрат двочлена  $2x - 6$  у 4 рази більший за квадрат двочлена  $x + 3$ ?

744. Спростіть вираз:

1)  $(m - 2)(m + 3)(m - 5)$ ;      2)  $(p^2 + 1)(p^8 - p^6 + p^4 - p^2 + 1)$ .



## Життєва математика

745. Щосереді в аптеці «Будьте здорові» діє 15-відсоткова знижка для пенсіонерів. Скільки грошей заощадить пенсіонер, придбавши ліки в середу, якщо роздрібна ціна цих ліків становить 580 грн?



## Підготуйтеся до вивчення нового матеріалу

746. Подайте вираз у вигляді многочлена:

1)  $(x - 3)(x + 3)$ ;      2)  $(y + 2)(y - 2)$ ;

3)  $(1 + m)(1 - m)$ ;      4)  $(4 - a)(4 + a)$ .



## Цікаві задачі – поміркуй одначе

747. Є піскові годинники двох видів: одним відміряють 7 хв, а другим – 11 хв. Як за допомогою цих годинників відміряти точно 15 хв?

## ВІДПОВІДІ ТА ПОРАДИ ДО ВПРАВ

### Повторюємо математику за 5–6 класи

**11.** 1834 р. **12.** 1816 р. **13.** 1) 9; 2) 2; 3) 6. **14.** 1) 9; 2) 2; 3) 2.  
**15.** 10 044; 99 944. **16.** 1014; 9984. **24.** 1) 29,384; 2) 4,855. **25.** 1) 3,026;  
2) 0,6505. **41.** 250 грн. **42.** 50 кг. **43.** Збільшилася на 2 %. **44.** Зменши-  
лася на 8 %. **53.** 1) 4,75; 2) 0,1. **54.** 1) 0,25; 2) 0,8. **55.** 1) На 25 %; 2) на  
20 %. **56.** 1) Зменшилася на 10 %; 2) збільшилася на 5 %. **57.** 7,2 %.  
**58.** 62,5 %. **71.** 1)  $-0,5$ ; 2)  $-2$ . **72.** 1)  $-23$ ; 2)  $1,35$ . **73.** VI ст. **74.** 1108 р.  
**75.**  $a + 22b$ ;  $-36$ . **76.**  $30y - x$ ;  $-35$ . **77.**  $-2\frac{14}{65}$ . **78.** 28,09. **79.**  $-0,512$ .  
**80.** 20. **81.** 12.

### Розділ 1

#### § 1

**97.** 1), 2), 4), 6), 7) Так; 3), 5), 8) ні. **100.** Через 16 місяців. **103.** 999.

#### § 2

**122.** 1)  $-5$ ; 2)  $-2$ ; 3)  $-4,75$ ; 4)  $-10$ . **123.** 1) 1; 2)  $-3$ ; 3)  $-2,5$ ; 4)  $-5$ .  
**124.** 1875 р. **125.** 1804 р. **126.** 1) 0; 2)  $\frac{c-b}{2}$ ; 3)  $-2m$ ; 4)  $b - 3a$ . **127.** 1) 0;  
2)  $\frac{2m-a}{2}$ ; 3)  $2b$ ; 4)  $2a - p$ . **128.** 1), 5), 6) Так; 2), 3), 4) ні. **129.** 1) 4;  
2) 1,6. **130.** 1) 1,2; 2)  $-1,8$ . **132.** 1)  $-4$ ; 4; 2), 6) рівняння не має розв'яз-  
ків; 3)  $-3$ ; 3; 4)  $-5$ ; 5) 6; 8; 7) 3;  $-4$ ; 8)  $-6$ ; 6; 9)  $-3$ ; 5. **133.** 1)  $-9$ ; 9;  
2) рівняння не має розв'язків; 3)  $-8$ ; 8; 4) 0,5; 5) 2; 5; 6)  $-4$ ; 4. **134.** 1) 2;  
2)  $1\frac{5}{7}$ ; 3)  $-9$ . **135.** 1) 2; 2) 10. **136.** 1) Немає розв'язків; 2)  $x$  – будь-яке  
число. **137.** 1)  $x$  – будь-яке число; 2) немає розв'язків. **138.** 1) 5; 2) 3;  
3)  $-5$ ; 4)  $-1$ ; 5) немає розв'язків; 6)  $x$  – будь-яке число. **139.** 1) 1; 2) 3;  
3) 0,2; 4)  $x$  – будь-яке число. **140.** 1)  $b = 11$ ; 2)  $b = 4,5$ . **141.** 1)  $a = 24$ ;  
2)  $a = 3,5$ . **142.**  $-4$ ;  $-2$ ;  $-1$ ; 1; 2; 4. **143.**  $-6$ ,  $-3$ ,  $-2$ ,  $-1$ . **144.** 1) 1; 2)  $-3$ ;  
3) немає таких значень  $a$ . **145.** 1)  $-1$ ; 2) 3; 3) немає таких значень  $b$ .

**146.** 1) 1; 2)  $-2$ ; 3) немає таких значень  $m$ . **147.** 1)  $-2$ ; 2) немає таких значень  $a$ ; 3) 4. **148.** 1) Якщо  $b = -1$ , то рівняння не має розв'язків; якщо  $b \neq -1$ , то  $x = \frac{7}{b+1}$ ; 2) якщо  $b = 5$ , то  $x$  – будь-яке число; якщо  $b \neq 5$ , то  $x = -1$ ; 3) якщо  $b = 2$ , то рівняння не має розв'язків; якщо  $b = -2$ , то  $x$  – будь-яке число; якщо  $b \neq 2$ ,  $b \neq -2$ , то  $x = \frac{b+2}{|b|-2}$ . **149.** 1) 3; 2)  $-3$ ; 4. **154.** 1) 250 мг; 2) 5 добових доз. **158.**  $x = 6$ ,  $y = 7$  або  $x = 7$ ;  $y = 6$ .

### § 3

**168.** 48. **178.** 60 вареників; 63 вареники. **179.** 11 200 грн. **180.** 45 км/год; 18 км/год. **181.** 15 кг; 12 кг. **182.** 12 км. **183.** 7 см; 11 см; 77 см<sup>2</sup>. **184.** 48 оповід., 24 оповід. **185.** 27 грн; 9 грн. **186.** 125, 137, 168 наборів. **187.** 24 см, 33 см, 48 см. **188.** Ні. **189.** Ні. **190.** Через 4 роки. **191.** 36 кущів; 12 кущів. **192.** По 40 відпочивальників. **193.** 24 кг. **194.** 15 зошитів; 10 зошитів. **195.** 7 коробок, 5 коробок. **196.** 28 учнів. **197.** 50 кг. **198.** 48 і 18. **199.** 90 і 120. **200.** 18 км/год. **201.** 2 км/год. **202.** 6,5 год; 78 км. **203.** 2,5 год; 10 км. **204.** 5 кг; 10 кг; 15 кг. **205.** 7 задач; 10 задач; 14 задач. **209.** 1)  $a < 0$ ; 2)  $a > 0$ . **210.** Ні.

### Вправи для повторення розділу 1

**215.** Ні. **218.** 1)  $x$  – будь-яке число; 2) немає розв'язків; 3) 2; 4) 0,4. **219.** 1) 0; 2)  $-3$ . **220.** Якщо  $a = 1$ , то розв'язків немає; якщо  $a \neq 1$ , то  $x = \frac{8}{a-1}$ . **223.** 3 грн 60 к. **224.** 6 кг; 24 кг. **225.** 2 км/год. **226.** 60 км/год. **227.** 24 вареники; 48 вареників. **228.** 8 робітників; 90 000 грн. **229.** 5 днів. **230.** 45 г; 135 г.

### Розділ 2

#### § 4

**251.**  $y = 6x$ ; 1996 р. **252.**  $7a - b$ ; 1615 р. **254.** 1) 9; 2)  $-2,25$ ; 3)  $-\frac{4}{9}$ ; 4)  $-\frac{3}{4}$ . **255.** 1) 4; 2)  $-\frac{4}{7}$ ; 3)  $-1\frac{3}{4}$ ; 4)  $-1\frac{1}{4}$ . **256.** 1)  $x^2 - y^2$ ;

2)  $ab - mn$ ; 3)  $d^2 - (d - a)(d - b)$ , або  $ad + b(d - a)$ , або  $bd + a(d - b)$ .  
**259.** 84 км. **260.** 27 600 грн. **263.** 1) Так; 2) ні.

### § 5

**283.** 1)  $2x - 3$ ; 2)  $6m - 4n$ ; 3)  $2p - 1$ ; 4)  $2x - y$ ; 5)  $3\frac{1}{4}a + 5\frac{3}{4}b$ ; 6)  $2n - m$ .  
**284.** 1)  $3a - 1$ ; 2)  $13m - 13a$ ; 3)  $1 - 2y$ ; 4)  $-0,6b$ . **292.** 1) 5 %; 2) 0,25 %.  
**293.** 16 км/год. **294.** 120 км; 80 км.

### § 6

**325.** 1) 1; 2) 3; 3) -5. **326.** 1) 2; 2) 1; 3) 5. **328.** 1)  $5\frac{2}{15}$ ; 2)  $-2\frac{11}{25}$ .  
**329.** Так. **330.** 1) 36 г.

### § 7

**367.** 1) 1000; 2) 25; 3) 1; 4) 128; 5) 2; 6)  $\frac{4}{9}$ . **368.** 1) 1; 2) 32; 3)  $\frac{8}{9}$ ;  
4)  $\frac{4}{9}$ . **369.** 1) 27; 2) 32; 3) 243; 4) 25. **370.** 1) 7; 2) 12; 3) 324; 4)  $\frac{3}{16}$ .  
**371.** 1) 7; 2) 12; 3) 20; 4)  $\frac{81}{256}$ . **372.** 1)  $6^{10} = 36^5$ ; 2)  $10^{20} > 20^{10}$ ;  
3)  $5^{14} < 26^7$ ; 4)  $2^{3000} < 3^{2000}$ . **374.** 1) 68 грн; 2) 74,8 грн; 3) зменшилася на 5,2 грн; 4) зменшилася на 6,5 %.  
**375.** 1) 7; 2) 9; 3) -1,5; 4) -26.  
**376.**  $3,54a - 8,6b$ ; 103,7. **377.** 15 троянд. **379.** Лише одним способом.

### § 8

**390.** 1), 3), 4) Ні; 2) так. **391.**  $18x^3$  см<sup>3</sup>. **392.**  $3b^2$  дм<sup>2</sup>. **395.** Оксана отримала прибуток на 14,14 грн більше, ніж Леонід. **397.** 666 сторінок.

### § 9

**410.** 1)  $2m^3$  або  $-2m^3$ ; 2)  $0,6p^4q^5$  або  $-0,6p^4q^5$ ; 3)  $-2c^3$ ; 4)  $10c^2m^4$ ;  
5)  $2ab^2$  або  $-2ab^2$ ; 6)  $c^3p^9$ . **411.** 1)  $3m^5n^{11}$ ; 2)  $\frac{1}{5}ab^6$ ; 3)  $-12mp$ ; 4)  $-\frac{1}{9}a$ ;  
5) -1; 6)  $-\frac{1}{64}n^7$ . **412.** 1)  $5mn^5$ ; 2)  $-3x^6$ ; 3)  $-\frac{1}{3}a^3b$ ; 4)  $-\frac{1}{24}$ . **413.** 1)  $240m^8$ ;

2)  $-8m^{17}$ ; 3)  $-a^{13}b^{19}$ ; 4)  $-5\frac{1}{3}a^8c^{13}$ . **414.** 1)  $24a^{13}$ ; 2)  $-100a^{25}$ ;  
 3)  $-2a^{31}b^9$ ; 4)  $-12\frac{4}{5}m^7n^{13}$ . **416.** 1)  $8a^{11}b^9$ ; 2)  $6\frac{3}{4}m^{20}n^{24}$ ; 3)  $-49m^{14}n^{14}$ ;  
 4)  $-32x^{20}c^{50}$ . **417.** 1)  $2700m^7n^8$ ; 2)  $-2a^{13}b^9$ ; 3)  $-27a^{26}m^{10}$ ; 4)  $x^{28}y^{28}$ .  
**420.** 1)  $-0,1a^{2n+3}b^{2n+5}$ ; 2)  $72a^{6n+6}b^{15+6n}$ ; 3)  $a^{8n+10}b^{18n+3}$ ; 4)  $x^{13n-5}y^{12n+5}$ .  
**421.** 1)  $2\frac{1}{3}$ ; 2)  $11\frac{2}{3}$ ; 3)  $-49$ ; 4)  $343$ . **422.** 1)  $1\frac{4}{5}$ ; 2)  $12\frac{3}{5}$ ; 3)  $-81$ ; 4)  $729$ .  
**424.** 1)  $b^4$ ; 2)  $-m^8$ ; 3)  $a^7$ ; 4)  $-n^8$ . **425.** 98. **426.** 3500 кг.

## § 10

**447.** 1)  $-5a^2b^4 - 12a^2b + 2a^2b^2$ , шостого степеня; 2)  $7x^4y^3 - 10x^4y^2 + 21x^2y^4$ , сьомого степеня. **448.** 1)  $4a^2b^3 - a^4$ , п'ятого степеня;  
 2)  $2xy^3 + 15x^3y - 7xy^2$ , четвертого степеня. **449.**  $2xy^3 - 2x^3y + 748,75$ ;  
 748 км. **455.** 1), 6) Додатні; 3), 4) від'ємні. **459.** 1) 1500 кВт. **461.** 37; 38.

## § 11

**474.** 1) 3; 2) 3. **475.** 1) 0; 2) 3. **478.** 1) 1,2; 2)  $-7$ . **479.** 1) 6; 2) 2,25.  
**491.** 1)  $-9$ ; 2) 101. **492.** 1)  $-11$ ; 2) 4. **494.** 1)  $2m^2 + 7mn$ ; 2)  $12m^2 + 3mn - 2n^2$ . **495.** Порада. Після спрощення різниці многочленів одержимо вираз  $0,2x^4 + 0,5x^2 + 4$ . Найменше значення цього виразу дорівнює 4, якщо  $x = 0$ . **498.** 1)  $100x + 10y + z$ ; 2)  $100z + 10y + x$ ; 3)  $100x + 11y + 11z$ ; 4)  $90y + 9x + z$ . **501.** 1)  $4^{30}$ ; 2)  $8^{20}$ ; 3)  $16^{15}$ ; 4)  $32^{12}$ . **502.** 1) 0,3 л.  
**504.** Порада. Натуральне число є кратним числу 36 тоді й тільки тоді, коли воно є кратним числам 4 і 9. Далі використати ознаки подільності на 4 (задача № 331) та на 9.

## § 12

**528.** 1)  $2a$ ;  $-7$ ; 2)  $11 - 27x$ ; 12; 3)  $3a^2 - 3b^2$ ; 0; 4)  $2xy^3$ ;  $-2$ . **529.** 1)  $13a^2$ ;  
 $\frac{1}{13}$ ; 2)  $8x^2 - 8y^2$ ; 0. **530.** 1) 2; 2)  $-27$ ; 3)  $-1$ ; 4) 0,25; 5)  $x$  – будь-яке число; 6) немає розв'язків. **531.** 1)  $-0,75$ ; 2)  $-32$ ; 3)  $-0,25$ ; 4) 0,75;  
 5) немає розв'язків;  $x$  – будь-яке число. **532.** 1)  $1\frac{2}{3}$ ; 2)  $-1,5$ . **533.** 16 г.

- 534.** 12 грн 50 к.; 30 грн; 45 грн. **535.** 18 катушок; 12 катушок.  
**536.** 18 км/год. **539.** 1)  $-x^{n+4}$ ; 2)  $-y^{2n}$ ; 3)  $-3z^n$ . **541.** 1)  $\frac{1}{3}a^7b^{12}$ ; 2)  $-10m^8n^{23}$ .  
**542.** 1) 8; 2) 87,5. **543.** 1)  $t_F = \frac{5}{9}(t_C - 32)$ . **545. Порада.** Розгляньте суму  $(6a + b) + (6b + a)$  та доведіть, що при натуральних  $a$  і  $b$  вона є кратною числу 7.

### § 13

- 568.** 1) 74 300; 2) 1 103 000. **569.** 1)  $-5,23$ ; 2) 0; 3) 4; 4)  $-27$ .  
**570.** 1) 10,11; 2)  $1\frac{1}{5}$ . **574.** 1) 0;  $\frac{1}{4}$ ; 2) 0;  $-4$ ; 3) 0;  $-9$ ; 4) 0; 1,5. **575.** 1) 0;  $-\frac{1}{12}$ ; 2) 0; 10; 3) 0; 14; 4) 0;  $-\frac{1}{2}$ . **576.** 1)  $-\frac{2}{3}$ ; 5; 2)  $-2,5$ ; 2. **577.** 1)  $-1,25$ ; 7; 2) 3;  $-3,5$ . **580.** 1)  $25(m - 2)^2$ ; 2)  $81(2a + 3b)^2$ . **581.** 1) 3; 7; 2)  $-2$ ; 5.  
**582.** 1) 2; 4; 2)  $-2\frac{1}{3}$ ; 4. **586.** 24 см і 8 см. **588.** Так, наприклад,  $a = -2$ ;  $b = 0$ ;  $c = 1$ .

### § 14

- 604.** 1)  $-6$ ; 2) 0. **605.** 1) 2; 2) 0. **608.** 1)  $27m^3 + 8n^3$ ; 2)  $8x^3 - 125y^3$ ; 3)  $-x^3 + x^2a + 5xa^2 - 2a^3$ ; 4)  $-3m^3 + 16m^2x - 2mx^2 - x^3$ . **609.** 1)  $27x^3 - y^3$ ; 2)  $27a^3 + 12a^2b - 7ab^2 - 2b^3$ . **610.** 1)  $14 - 15m$ ; 2)  $-18y^2 - 4$ ; 3)  $4a + 4$ ; 4)  $b + 15$ . **611.** 1)  $-x^2 - 15$ ; 2)  $11a + 10$ ; 3)  $12 - 17x$ ; 4) 16. **620.** 1)  $x^2 - 5x^3$ ; 44; 2)  $a^3$ ; 27. **621.** 1)  $-24x$ ;  $-27$ ; 2)  $27b^3$ ; 1. **622.** 1) 3; 2)  $\frac{1}{3}$ . **623.** 1)  $-2$ ; 2)  $-1$ . **626.** 14; 15; 16. **627.** На 2. **628.** На 3. **631.** 18; 19; 20; 21. **632.** 24; 25; 26; 27. **635.** 18 см; 12 см. **636.** 350 км. **637.** 1) 4; 2)  $\frac{1}{5}$ . **640.** 185 год.  
**641.**  $27\frac{1}{125}$ . *Порада.* Позначте  $a = \frac{1}{125}$ ;  $b = \frac{2}{129}$ ; тоді одержите вираз  $(3 - a)(4 + b) + (3 + a)(5 + b) - 6b$ , який далі потрібно спростити.

## § 15

**655.** 1) 0; 2)  $-\frac{5}{9}$ . **656.** 1) 0; 2)  $-0,1$ . **657.** 1)  $3x^2y(3xy^2 - 1) \times$   
 $\times (5y - x^2)$ ; 2)  $(0,7m - 0,9n)(3n^2 - 4p^2)$ . **658.** 1)  $2(m^2 - 2x^3)(4c - 3x)$ ;  
2)  $xy(3y + 4x^2)(0,4y - 0,5x^4)$ . **659.** 1) 5; 8; 2)  $-0,4$ . **660.** 1)  $-7$ ; 1; 2)  $-\frac{1}{7}$ .  
**661.** 1)  $(t^2 - p)(a + t - b)$ ; 2)  $(a - m)(x^2 + y^2 - 1)$ ; 3)  $(m - 7)(b - 1 + m^2)$ ;  
4)  $(a - b)(6x + 3y - z)$ . **662.** 1)  $(ab + 1)(a + b + 9)$ ; 2)  $(4x + 5m)(2a + b - 1)$ .  
**663.** 1)  $(x + 1)(x + 4)$ ; 2)  $(x - 1)(x - 4)$ ; 3)  $(x - 2)(x + 3)$ ; 4)  $(a + b)(a + 3b)$ .  
**664.** 1)  $(x - 1)(x - 5)$ ; 2)  $(x - 3)(x + 2)$ ; 3)  $(x - 3)(x + 5)$ ; 4)  $(a + 2b) \times$   
 $\times (a + 3b)$ . **666.** 1)  $-2$ ; 2)  $-10$ . **667.** 3 : 2. **669.** Так, наприклад,  $x = 66$ ;  
 $y = 33$ . *Порада.* Слід урахувати, що  $33^6 = 33 \cdot 33^5 = 32 \cdot 33^5 +$   
 $+ 1 \cdot 33^5 = 2^5 \cdot 33^5 + 33^5 = 66^5 + 33^5$ .

## § 16

**704.** 1) 1; 2) 0. **705.** 1)  $-2$ ; 2)  $-16$ . **707.**  $a^{16} + b^{16}$ . **709.** 1)  $a^3 + 6a^2 +$   
 $+ 12a + 8$ ; 2)  $8b^3 - 12b^2 + 6b - 1$ . **710.** 1)  $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ ; 2)  $8m^3 +$   
 $+ 12m^2 + 6m + 1$ . **711.** 1011 р. **712.** 24; 26; 28. **714.** 130 грн. **717.** *Пора-*  
*да.*  $(n^2 + n)(n + 2) = n(n + 1)(n + 2)$  – добуток трьох послідовних нату-

## § 17

**731.** 1) 5; 2)  $-\frac{1}{8}$ ; 3)  $-\frac{1}{3}$ ; 4) 1,75. **732.** 1)  $-8$ ; 2)  $\frac{1}{6}$ ; 3)  $-1,5$ ; 4) 0,2.  
**735.** 1)  $(x - 1)^2$ ; 2)  $(a + 4)^2$ . **737.** 1)  $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 \geq 0$ ; 2)  $-x^2 + 2x -$   
 $- 1 = -(x - 1)^2 \leq 0$ . **739.** *Порада.*  $x^2 + 4x + 5 = x^2 + 4x + 4 + 1 =$   
 $= (x + 2)^2 + 1$ . **740.** *Порада.*  $x^2 + 6x + 11 = x^2 + 6x + 9 + 2 = (x + 3)^2 + 2$ .  
**743.** 1) 23; 2) 0. **744.** 1)  $m^3 - 4m^2 - 11m + 30$ ; 2)  $p^{10} + 1$ . **745.** 87 грн.



**Відповіді до завдань  
«Домашня самостійна робота»**

Завдання Робота	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	В	Г	Б	А	В	Г	В	Б	Г	В	Б	Г	1–Г; 2–Б; 3–А
2	В	Г	А	Б	В	Б	В	Г	В	А	Б	В	1–В; 2–Г; 3–А
3	А	Г	Б	Б	В	А	В	Б	Б	А	В	Г	1–Б; 2–А; 3–В

## ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

- В**инесення спільного множника за дужки 139  
Вирази зі змінними 55  
Властивості рівняння з однією змінною 20  
– степеня з натуральним показником 81–84
- Д**вочлен 112  
Доведення тотожностей 66  
Дробовий раціональний вираз 56
- З**ведення подібних членів многочлена 113  
Значення числового виразу 55
- К**вадрат різниці 164  
– суми 163  
– числа 72  
Коефіцієнт лінійного рівняння 25  
– одночлена 93  
Корінь рівняння 18  
Куб числа 72
- Л**інійне рівняння з однією змінною 25
- М**атематична модель задачі 36  
Многочлен 112  
– стандартного вигляду 113  
Множення многочлена на многочлен 146  
– одночлена на многочлен 129  
– одночленів 97
- О**дночлен 92  
– стандартного вигляду 93  
Основа степеня 72  
Основна властивість степеня 81
- П**іднесення до степеня 73  
– одночлена до степеня 98  
Подібні члени многочлена 113  
Показник степеня 72  
Правило ділення степенів 82  
– множення степенів 81  
– піднесення до степеня добутку 84  
– – степеня до степеня 83
- Р**аціональний вираз 56  
Рівносильні рівняння з однією змінною 19  
Рівняння 18  
– з однією змінною першого степеня 25  
Різниця многочленів 121  
Розв'язання рівняння 19  
Розв'язок рівняння 18  
Розкладання многочлена на множники 139
- С**посіб групування 155  
Спрощення виразу 65  
Стандартний вигляд многочлена 113  
– – одночлена 93  
Степінь з натуральним показником 72  
– многочлена 114  
– одночлена 93

Сума многочленів 121

Тотожні вирази 64

– перетворення виразів 65

Тотожність 64

Тричлен 112

Формули скороченого множення 163

Цілий раціональний вираз 56

Числове значення виразу 55

Числові вирази 54

Члени многочлена 112

Відеоуроки автора за темами підручника можна переглянути за посиланням <https://cutt.ly/0w8DhUM4> або QR-кодом.



## ЗМІСТ

<i>Шановні семикласниці та семикласники!</i> .....	3
<i>Шановні вчительки та вчителі!</i> .....	5
<i>Шановні дорослі!</i> .....	6
<i>Повторюємо математику за 5–6 класи</i> .....	7

### **Розділ 1. ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ**

§ 1. Загальні відомості про рівняння .....	18
§ 2. Лінійне рівняння з однією змінною .....	25
§ 3. Розв'язування задач за допомогою лінійних рівнянь. Рівняння як математична модель задачі .....	36
<i>Домашня самостійна робота № 1</i> .....	46
<i>Завдання для перевірки знань до §§ 1–3</i> .....	48
<i>Вправи для повторення розділу 1</i> .....	49
<b>Головне в розділі 1</b> .....	52

### **Розділ 2. ЦІЛІ ВИРАЗИ**

§ 4. Вирази зі змінними. Цілі раціональні вирази. Числове значення виразу .....	54
§ 5. Тотожні вирази. Тотожність. Тотожне перетворення виразу. Доведення тотожностей .....	63
§ 6. Степінь з натуральним показником .....	72
§ 7. Властивості степеня з натуральним показником .....	80
§ 8. Одночлен. Стандартний вигляд одночлена .....	92
§ 9. Множення одночленів. Піднесення одночлена до степеня .....	97
<i>Домашня самостійна робота № 2</i> .....	105
<i>Завдання для перевірки знань до §§ 4–9</i> .....	107
<i>З історії математичного олімпіадного руху України</i> .....	108
§ 10. Многочлен. Подібні члени многочлена та їх зведення. Степінь многочлена .....	112
§ 11. Додавання і віднімання многочленів .....	120

§ 12. Множення одночлена на многочлен . . . . .	129
§ 13. Розкладання многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки . . . . .	138
§ 14. Множення многочлена на многочлен . . . . .	146
§ 15. Розкладання многочлена на множники способом групування . . . . .	155
<i>Домашня самостійна робота № 3 . . . . .</i>	<i>161</i>
<i>Завдання для перевірки знань до §§ 10–15 . . . . .</i>	<i>162</i>
§ 16. Квадрат суми і квадрат різниці . . . . .	163
§ 17. Розкладання многочленів на множники за допомогою формул квадрата суми і квадрата різниці . . . . .	173
<i>Відповіді та поради до вправ . . . . .</i>	<i>180</i>
<i>Предметний покажчик . . . . .</i>	<i>187</i>

## Відомості про користування підручником

№ з/п	Прізвище та ім'я учня/учениці	Клас	Навчальний рік	Оцінка	
				на початку року	в кінці року
1					
2					
3					
4					
5					

*Навчальне видання*  
**ІСТЕР Олександр Семенович**

# **АЛГЕБРА**

Підручник для осіб  
з особливими освітніми потребами  
(Н 54.1–Н 54.2)  
**7 клас**  
(у 2 частинах)

## **ЧАСТИНА 1**

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України*

**Видано за рахунок державних коштів.  
Продаж заборонено**

Підручник відповідає Державним санітарним нормам і правилам  
«Гігієнічні вимоги до друкованої продукції для дітей»

У підручнику використано ілюстративний матеріал з відкритих джерел інтернету,  
зокрема сайтів *vecteezy.com*, *depositphotos.com*. Усі матеріали в підручнику  
використано з навчальною метою відповідно до законодавства України  
про авторське право і суміжні права.

Редактор *Олена Мовчан*  
Обкладинка *Олександра Павленка*  
Макет, художнє оформлення, комп'ютерна  
обробка ілюстрацій *Василя Марущинця*  
Комп'ютерна верстка *Юрія Лебедева*  
Коректор *Алла Кравченко*

Формат 84×108/16. Ум. друк. арк. 20,16. Обл.-вид. арк. 9,58.  
Тираж 1667 пр. Вид. № 0047. Зам. № 24-07-0404.

ТОВ «Гене́за», вул. Генерала Алмазова, б. 18/7 (літ. В), офіс 404, м. Київ, 01133, Україна.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи серія ДК № 7692 від 24.10.2022.

Віддруковано у ТОВ «ПЕТ», вул. Максиміліанівська, 17, м. Харків, 61024, Україна.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи серія ДК № 6847 від 19.07.2019.